MAT-2101-3 Modélisation algébrique

Mathématique, 1er cycle du secondaire

Prédire l'effet de la variation d'une variable sur les autres

Clé de correction

Luc Fortin

Commission scolaire des Portages-de-l'Outaouais

Il est parfois utile de prédire certains phénomènes physiques. C'est le cas lors de certains accidents de la route où la vitesse est la cause principale. Par exemple, un inspecteur arrive habituellement à déterminer la vitesse d'un véhicule au moment de l'impact en fonction des traces de freinage.

Dans le chapitre 1, vous avez réussi à modéliser algébriquement la relation *Distance parcourue* = *Vitesse moyenne x Temps.* Cette formule nous permet de calculer avec précision une des variables (inconnue) lorsque nous en connaissons déjà deux, mais serions-nous capable de prédire l'effet d'une variable sur une autre? Voyons ensemble comment y arriver!

Exemple 1

Un hélicoptère a parcouru 200 km pour aller à Montréal, et ce, en deux heures. En utilisant le modèle algébrique, vous découvrez que votre vitesse moyenne était de 100 km/h.

$$d = v \times t$$

$$200 = 100 \times 2 \quad \textbf{(Équation 1)}$$

Qu'arrivera-t-il à la vitesse moyenne si la distance parcourue double et que le temps reste le même?

Puisque la distance parcourue double, elle sera maintenant de 400 km (2 x 200 km). Le temps du déplacement demeure à 2 heures. L'inconnue recherchée est la vitesse moyenne.

d = 400 km v= ? km/h t= 2 h

d = v t $\Rightarrow$ $400 = 200 \times 2$ **(Équation 2)**

$$400 = v \bullet 2$$

$$\frac{400}{2} = \frac{v \bullet 2}{2}$$

$$200 = v$$

La vitesse moyenne de l'hélicoptère est maintenant de 200 km/h

Voyons plus clairement l’effet provoqué par la variation de la distance parcourue sur la vitesse moyenne. Pour mieux le voir, comparons les équations 1 et 2.

	d	=	v	x	t	
	200	**=**	**100**	**x**	**2**	**(1)**
x2		x2				Le temps ne change pas!
	400	**=**	**200**	**x**	**2**	**(2)**

Lorsque la distance parcourue **double** (x2), la vitesse moyenne **double** aussi! On peut alors conclure que la distance parcourue et la vitesse moyenne sont **directement proportionnelles.**

Exemple 2

Qu’arrivera-t-il à la vitesse moyenne si le temps du déplacement quadruple (quatre fois plus grand) et que la distance reste la même?

En reprenant l’équation 2 de l’exemple précédent, nous allons pouvoir analyser l’effet de la variation du temps sur la vitesse moyenne.

Puisque le temps quadruple, il sera maintenant de 8 heures (4 x 2 heures). La distance parcourue demeure à 400 km. L’inconnue recherchée est la vitesse moyenne.

d = 400 km   v= ? km/h   t= 8 h

d = v t

$$400 = v \bullet 8$$
$$\frac{400}{8} = \frac{v \bullet 8}{8}$$
$$50 = v$$

400 = 50 x 8 (Équation 3)

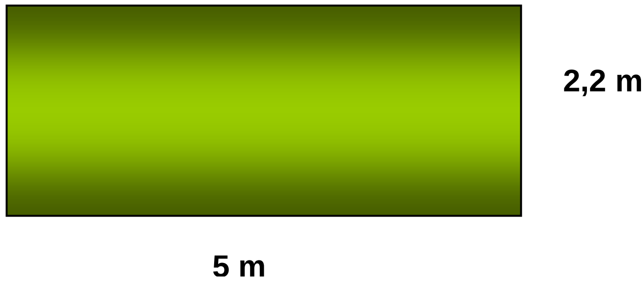
La vitesse moyenne est maintenant de 50 km/h.

Voyons plus clairement l’effet provoqué par la variation du temps sur la vitesse moyenne. Pour mieux le voir, comparons les équations 2 et 3.

	d	**=**	**v**	**x**	**t**	
	400	**=**	**200**	**x**	**2**	**(2)**
La distance parcourue ne change pas!		**÷ 4**		**x 4**		
	400	**=**	**50**	**x**	**8**	**(3)**

Lorsque le temps du déplacement **quadruple** (x4), la vitesse moyenne devient **quatre fois plus petite** (**÷4**)! On peut alors conclure que le temps du déplacement et la vitesse moyenne sont **inversement proportionnels.**

Votre oncle désire peinturer ce mur. Voici le croquis qu'il vous présente.



1 **Qu'arrive-t-il à l'aire (A) si la base (b) du mur <u>triple</u> et que la hauteur (h) reste la même? *Suivez les étapes suivantes afin de répondre à la question.***

a) Inscrivez la formule appropriée pour calculer l'aire de ce mur

A= b x h ou A = L x l

b) Remplacez les variables par les valeurs connues

A = 5 x 2,2

c) Calculez la valeur de l'inconnue

A = 11 m^2

d) Écrivez l'équation mathématique sans variable *(ex. 800 = 200 x 4)*

11 = 5 x 2,2 (ÉQUATION 1)

e) Calculez l'aire (A) du mur dont la base triple et la hauteur demeure la même

A = 15 x 2,2 = 33 m^2

f) Écrivez l'équation mathématique sans variable

33 = 15 x 2,2 (ÉQUATION 2)

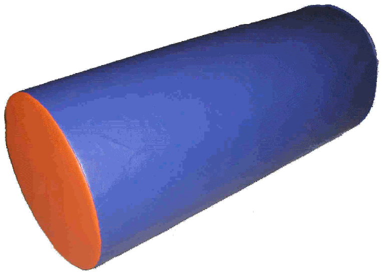
g) Comparez les deux équations

11 = 5 x 2,2 (ÉQUATION 1)

33 = 15 x 2,2 (ÉQUATION 2)

h) Répondez à la question

L'aire du mur a également triplé



Voici un cylindre dont le diamètre mesure 16 cm et la hauteur est de 20 cm.

2 **Qu'arrive-t-il au rayon (r) si la hauteur (h) du cylindre <u>quadruple</u> et que l'aire latérale reste la même?** ***Suivez les étapes suivantes afin de répondre à la question.***

a) Inscrivez la formule appropriée pour calculer l'aire latérale de ce cylindre

$A_l = 2\pi r h$

b) Remplacez les variables par les valeurs connues

$A_l = 2 \times 3{,}1416 \times 8 \times 20$

c) Calculez la valeur de l'inconnue

$A_l = 1005{,}3\ cm^2$

d) Écrivez l'équation mathématique sans variable *(ex. 800 = 200 x 4)*

$1005{,}3 = 2 \times 3{,}1416 \times 8 \times 20$ (ÉQUATION 1)

e) Calculez le rayon (r) du cylindre dont la hauteur quadruple et l'aire latérale demeure la même

$1005{,}3 = 2 \times 3{,}1416 \times r \times 80$ $r = 2$

f) Écrivez l'équation mathématique sans variable

$1005{,}3 = 2 \times 3{,}1416 \times 2 \times 80$ (ÉQUATION 2)

g) Comparez les deux équations

$1005{,}3 = 2 \times 3{,}1416 \times 8 \times 20$ (ÉQUATION 1)

$1005{,}3 = 2 \times 3{,}1416 \times 2 \times 80$ (ÉQUATION 2)

h) Répondez à la question

Le rayon est quatre fois plus petit

3 **Répondez aux questions suivantes à l'aide de la formule <u>F = m a</u> et de votre logique.**

où F : Force exercée sur un objet
m : Masse de l'objet
a : Accélération de l'objet

a) Qu'arrive-t-il à la force (F) si l'accélération (a) d'un objet double et que la masse (m) reste la même?

_____La force double__________________________

b) Qu'arrive-t-il à la force (F) si la masse (m) d'un objet double et que l'accélération (a) reste la même?

____La force double ______________________

c) Qu'arrive-t-il à la masse (m) si l'accélération (a) d'un objet double et que la force (F) reste la même?

___La masse est deux fois plus petite_________

4 **À l'aide des réponses obtenues à l'exercice précédent, répondez aux questions suivantes.**

❖ Au besoin, consultez la rubrique *Raisonner avec logique* intitulée « Effectuer un raisonnement proportionnel », à la page 95 de votre manuel.

a) Pour une même masse, la force et l'accélération sont :

- o directement proportionnels
- o inversement proportionnels
- o ni l'un ni l'autre

b) Pour une même accélération, la force et la masse sont :

- o directement proportionnels
- o inversement proportionnels
- o ni l'un ni l'autre

c) Pour une même force, la masse et l'accélération sont :

- o directement proportionnels
- o inversement proportionnels
- o ni l'un ni l'autre

5 **Répondez aux questions suivantes à l'aide de la formule <u>d = v t</u>**

où d : Distance parcourue
v : Vitesse moyenne
t : Temps

a) Quelle est la relation entre **d** et **v**? __ <u>directement proportionnels</u> __

b) Quelle est la relation entre **d** et **t**? __ <u>directement proportionnels</u> __

c) Quelle est la relation entre **v** et **t**? __ <u>inversement proportionnels</u> ___

6 **Répondez aux questions suivantes à l'aide de la formule <u>A = b h</u>.**

où A : Aire d'un parallélogramme
b : Base
h : Hauteur

Comment l'aire du parallélogramme varie-t-elle si :

a) la hauteur triple? __________ <u>elle triple</u> __________

b) la base diminue du quart? ____ <u>elle diminue du quart</u> __________

c) la base double ? ______ <u>elle double</u> __________

7 **Répondez aux questions suivantes à l'aide de la formule <u>E = Pt</u>.**

où E : Énergie électrique
P : Puissance électrique
t : Temps d'utilisation

Trouvez de quelle façon le temps varie si un appareil consomme toujours la même quantité d'énergie et :

a) sa puissance est trois fois plus grande.

_____ <u>Le temps est trois fois plus petit</u> __________

b) sa puissance est dix fois moins grande.

_____ <u>Le temps est dix fois plus petit</u> __________