MAT-4171-2

Modélisation algébrique et graphique en contexte fondamental 1

Mathématique, 2e cycle du secondaire

**Le discriminant**



Août 2017

**1. Qu’est-ce que le « discriminant »**

**Rappel**

La formule quadratique permet de résoudre une équation du second degré de la forme $ax^{2}+bx+c=0$.

Formule quadratique : $x=\frac{-b\pm \sqrt{b^{2}-4ac}}{2a}$

La résolution d’une équation du second degré permet de trouver les zéros de la fonction (ou racines), c’est-à-dire, le ou les endroits où la parabole coupe l’axe des « x ».

Lors de la résolution de la résolution, il y a **trois possibilités de solutions** :

1. La parabole coupe l’axe des « x » à **deux reprises**;
2. La parabole coupe l’axe des « x » à un **seul endroit**; cette intersection correspond au sommet de la parabole;
3. La parabole ne coupe pas l’axe des « x »; il n’y a donc **pas de solution**.

**Le discriminant**

On appelle « discriminant » du trinôme $ax^{2}+bx+c=0$ l’expression qui se trouve sous le radical dans la formule quadratique :

$$x=\frac{-b\pm \sqrt{b^{2}-4ac}}{2a}$$

Le discriminant est donc : $b^{2}-4ac$

On utilise le symbole suivant pour identifier le discriminant : $∆$

$$∆ =b^{2}-4ac$$

**2. Le discriminant et le nombre de solutions**

Voici le lien qui existe entre le « discriminant » et le nombre de solutions (nombre de zéros) d’une fonction quadratique de la forme $ax^{2}+bx+c=0$.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1. Le discriminant est ***positif***$$∆ >0$$ | $$ b^{2}-4ac>0$$ | La fonction possède **deux solutions** **distinctes** (ou deux zéros distincts). |

Exemple : $f\left(x\right)=x^{2}-8x+15$

$$a=1;b=-8;c=15$$

$$∆ =b^{2}-4ac=\left(-8\right)^{2}-4\left(1\right)\left(15\right)=4$$

$$Donc, ∆ >0, il y a deux solutions.$$

Les deux solutions sont:

$$x=\frac{-b\pm \sqrt{b^{2}-4ac}}{2a}=\frac{-(-8)\pm \sqrt{\left(-8\right)^{2}-4\left(1\right)\left(15\right)}}{2(1)}=\frac{8\pm \sqrt{4}}{2}$$

$x\_{1}=\frac{8+\sqrt{4}}{2}=5 $**;** $x\_{2}=\frac{8-\sqrt{4}}{2}=3$**w**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 2. Le discriminant est ***nul***$$∆ =0$$ | $$ b^{2}-4ac=0$$ | La fonction possède **une seule solution** (ou un seul zéro). |

Exemple : $f\left(x\right)=4x^{2}+12x+9$

$$a=4;b=12;c=9$$

$$∆ =b^{2}-4ac=\left(12\right)^{2}-4\left(4\right)\left(9\right)=0$$

$$Donc, ∆ =0, il y a une seule solution.$$

La solution est :

$$x=\frac{-b\pm \sqrt{b^{2}-4ac}}{2a}=\frac{-12\pm \sqrt{\left(12\right)^{2}-4\left(4\right)\left(9\right)}}{2(4)}=\frac{-12\pm \sqrt{0}}{8}=\frac{-12}{8}=\frac{-3}{2}$$

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 3. Le discriminant est ***négatif***$$∆ <0$$ | $$ b^{2}-4ac<0$$ | La fonction ne possède **aucune solution** (ou aucun zéro). |

Exemple : $f\left(x\right)=x^{2}+x+1$

$$a=1;b=1;c=1$$

$$∆ =b^{2}-4ac=\left(1\right)^{2}-4\left(1\right)\left(1\right)=-3$$

$$Donc, ∆ <0, il n^{'}y a aucune solution.$$

**La parabole ne coupe pas l’axe des « x ».**

**Exercice**

[*http://mathstournesac.free.fr*](http://mathstournesac.free.fr)

Pour chacune des équations suivantes :

1. Trouvez le discriminant;
2. Trouvez, s’il y a lieu, les zéros.

1. –x² + 2x − 1 = 0

2. 2x² − 5x + 2 = 0

3. t² + t − 1 = 0

4. 2x – x² − 2 = 0

5. 3x² + x + 1/16 = 0

6. 0, 25x² + 0, 75x + 0, 5 = 0

7. x² = 4x + 1

8. (x + 1)² − 2 = 2x²

**Vos solutions**

**Vos solutions (suite)**

**Corrigé de l’exercice**

****

****