MAT-2101-3 Modélisation algébrique

Mathématique, 1er cycle du secondaire

Prédire l'effet de la variation d'une variable sur les autres

Commission scolaire des Portages-de-l'Outaouais

Il est parfois utile de prédire certains phénomènes physiques. C'est le cas lors de certains accidents de la route où la vitesse est la cause principale. Par exemple, un inspecteur arrive habituellement à déterminer la vitesse d'un véhicule au moment de l'impact en fonction des traces de freinage.

Dans le chapitre 1, vous avez réussi à modéliser algébriquement la relation *Distance parcourue = Vitesse moyenne x Temps.* Cette formule nous permet de calculer avec précision une des variables (inconnue) lorsque nous en connaissons déjà deux, mais serions-nous capables de prédire l'effet d'une variable sur une autre? Voyons ensemble comment y arriver!

Exemple 1

Un hélicoptère a parcouru 200 km pour aller à Montréal, et ce, en deux heures. En utilisant le modèle algébrique, vous découvrez que votre vitesse moyenne était de 100 km/h.

d = v x t

200 = 100 x 2 (Équation 1)

Qu'arrivera-t-il à la vitesse moyenne si la distance parcourue double et que le temps reste le même?

Puisque la distance parcourue double, elle sera maintenant de 400 km (2 x 200 km). Le temps du déplacement demeure à 2 heures. L'inconnue recherchée est la vitesse moyenne.

d = 400 km v= ? km/h t= 2 h

d = v t

$$400 = v \bullet 2$$
$$\frac{400}{2} = \frac{v \bullet 2}{2}$$
$$200 = v$$

⇨ **400 = 200 x 2 (Équation 2)**

La vitesse moyenne de l'hélicoptère est maintenant de 200 km/h

Voyons plus clairement l'effet provoqué par la variation de la distance parcourue sur la vitesse moyenne. Pour mieux le voir, comparons les équations 1 et 2.

$$\begin{array}{cccccccc} & d & = & & v & \times & t & \\ & 200 & = & & 100 & \times & 2 & \text{(1)} \\ \times 2 & \downarrow & & \times 2 & \downarrow & & \downarrow & \text{Le temps ne change pas!} \\ & 400 & = & & 200 & \times & 2 & \text{(2)} \end{array}$$

Lorsque la distance parcourue **double** (x2), la vitesse moyenne **double** aussi! On peut alors conclure que la distance parcourue et la vitesse moyenne sont **directement proportionnelles.**

Exemple 2

Qu'arrivera-t-il à la vitesse moyenne si le temps du déplacement quadruple (quatre fois plus grand) et que la distance reste la même?

En reprenant l'équation 2 de l'exemple précédent, nous allons pouvoir analyser l'effet de la variation du temps sur la vitesse moyenne.

Puisque le temps quadruple, il sera maintenant de 8 heures (4 x 2 heures). La distance parcourue demeure à 400 km. L'inconnue recherchée est la vitesse moyenne.

d = 400 km v= ? km/h t= 8 h

d = v t

$$400 = v \bullet 8$$
$$\frac{400}{8} = \frac{v \bullet 8}{8}$$
$$50 = v$$

$\Rightarrow$ **400 = 50 x 8 (Équation 3)**

La vitesse moyenne est maintenant de 50 km/h.

Voyons plus clairement l'effet provoqué par la variation du temps sur la vitesse moyenne. Pour mieux le voir, comparons les équations 2 et 3.

$$d = v \times t$$

$$400 = 200 \times 2 \quad \textbf{(2)}$$

La distance parcourue ne change pas!

÷ 4 x 4

$$400 = 50 \times 8 \quad \textbf{(3)}$$

Lorsque le temps du déplacement **quadruple** (x4), la vitesse moyenne devient **quatre fois plus petite** (**÷4**)! On peut alors conclure que le temps du déplacement et la vitesse moyenne sont **inversement proportionnels.**

C RAISONNER AVEC LOGIQUE

Prédire la variation d’une variable à la suite de la variation d’une autre variable

Les formules **E = Pt**, **A = bh** et **F = ma** ont la même forme que **d = vt**. Quand des formules ont la même forme, les relations entre les variables sont les mêmes.

- Les variables **E** et **P** ont la même position dans la première formule que **A** et **b** dans la deuxième, que **F** et **m** dans la troisième et que **d** et **v** dans la dernière. La variable **d** est directement proportionnelle à la variable **v**, donc la variable **E** est directement proportionnelle à la variable **P,** la variable **A** est directement proportionnelle à la variable **b**, et la variable **F** est directement proportionnelle à la variable **m**.

- Les variables **E** et **t** ont la même position dans la première formule que **A** et **h** dans la deuxième, que **F** et **a** dans la troisième et que **d** et **t** dans la dernière. La variable **d** est directement proportionnelle à la variable **t**, donc la variable **E** est directement proportionnelle à la variable **t,** la variable **A** est directement proportionnelle à la variable **h**, et la variable **F** est directement proportionnelle à la variable **a**.

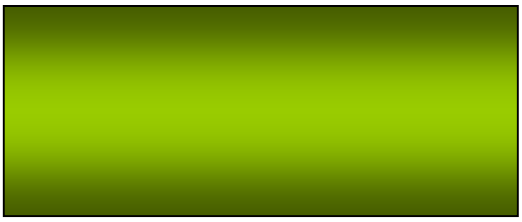
- Les variables **P** et **t** ont la même position dans la première formule que **b** et **h** dans la deuxième, que **m** et **a** dans la troisième et que **v** et **t** dans la dernière. La variable **v** est inversement proportionnelle à la variable **t**, donc la variable **P** est inversement proportionnelle à la variable **t,** la variable **b** est inversement proportionnelle à la variable **h**, et la variable **m** est inversement proportionnelle à la variable **a**.

Avez-vous remarqué dans les formules que nous venons d’analyser…

✓ **Lorsque les deux variables étudiées sont de chaque côté du signe égal (=), on dit qu’elles sont <u>directement proportionnelles</u>**

✓ **Lorsque les deux variables étudiées sont du même côté du signe égal (=), on dit qu’elles sont <u>inversement proportionnelles</u>**

Votre oncle désire peinturer ce mur. Voici le croquis qu'il vous présente.



2,2 m

5 m

1 **Qu'arrive-t-il à l'aire (A) si la base (b) du mur <u>triple</u> et que la hauteur (h) reste la même?** ***Suivez les étapes suivantes afin de répondre à la question.***

a) Inscrivez la formule appropriée pour calculer l'aire de ce mur

____

b) Remplacez les variables par les valeurs connues

____

c) Calculez la valeur de l'inconnue

____

d) Écrivez l'équation mathématique sans variable *(ex. 800 = 200 x 4)*

____ (ÉQUATION 1)

e) Calculez l'aire (A) du mur dont la base triple et la hauteur demeure la même

____

f) Écrivez l'équation mathématique sans variable

____ (ÉQUATION 2)

g) Comparez les deux équations

____ (ÉQUATION 1)

____ (ÉQUATION 2)

h) Répondez à la question

____

Voici un cylindre dont le diamètre mesure 16 cm et la hauteur est de 20 cm.

2 **Qu'arrive-t-il au rayon (r) si la hauteur (h) du cylindre <u>quadruple</u> et que l'aire latérale reste la même?** ***Suivez les étapes suivantes afin de répondre à la question.***

La formule de l'aire latérale d'un cylindre : $A_l = 2\pi rh$ ***où*** **A_l représente l'aire latérale**
π vaut 3,14
r représente le rayon
h représente la hauteur

a) Remplacez les variables par les valeurs connues

____

b) Calculez la valeur de l'inconnue

____

c) Écrivez l'équation mathématique sans variable *(ex. 800 = 200 x 4)*

____ (ÉQUATION 1)

d) Calculez le rayon (r) du cylindre dont la hauteur quadruple et l'aire latérale demeure la même

____

e) Écrivez l'équation mathématique sans variable

____ (ÉQUATION 2)

f) Comparez les deux équations

____ (ÉQUATION 1)

____ (ÉQUATION 2)

g) Répondez à la question

____

3 **Répondez aux questions suivantes à l'aide de la formule <u>F = m a</u> et de votre logique.**

où F : Force exercée sur un objet
m : Masse de l'objet
a : Accélération de l'objet

a) Qu'arrive-t-il à la force (F) si l'accélération (a) d'un objet double et que la masse (m) reste la même?

____

b) Qu'arrive-t-il à la force (F) si la masse (m) d'un objet double et que l'accélération (a) reste la même?

____

c) Qu'arrive-t-il à la masse (m) si l'accélération (a) d'un objet double et que la force (F) reste la même?

____

4 **À l'aide des réponses obtenues à l'exercice précédent, répondez aux questions suivantes.**

a) Pour une même masse, la force et l'accélération sont :

- o directement proportionnels
- o inversement proportionnels
- o ni l'un ni l'autre

b) Pour une même accélération, la force et la masse sont :

- o directement proportionnels
- o inversement proportionnels
- o ni l'un ni l'autre

c) Pour une même force, la masse et l'accélération sont :

- o directement proportionnels
- o inversement proportionnels
- o ni l'un ni l'autre

5 **Répondez aux questions suivantes à l'aide de la formule <u>d = v t</u>**

où d : Distance parcourue
v : Vitesse moyenne
t : Temps

a) Quelle est la relation entre **d** et **v**? ________________________________

b) Quelle est la relation entre **d** et **t**? ________________________________

c) Quelle est la relation entre **v** et **t**? ________________________________

6 **Répondez aux questions suivantes à l'aide de la formule <u>A = b h</u>.**

où A : Aire d'un parallélogramme
b : Base
h : Hauteur

Comment l'aire du parallélogramme varie-t-elle si :

a) la hauteur triple? ________________________________

b) la base diminue du quart? ________________________________

c) la base double ? ________________________________

7 **Répondez aux questions suivantes à l'aide de la formule <u>E = Pt</u>.**

où E : Énergie électrique
P : Puissance électrique
t : Temps d'utilisation

Trouvez de quelle façon le temps varie si un appareil consomme toujours la même quantité d'énergie et :

a) sa puissance est trois fois plus grande.

____

b) sa puissance est dix fois moins grande.

____