MAT-4171-2

Modélisation algébrique et graphique en contexte fondamental 1

Mathématique, 2e cycle du secondaire

**Comment trouver l’équation d’une équation du second degré à partir d’une table de valeurs**

* **Le sommet et un point de la courbe**
* **Les zéros et un point de la courbe**
* **L’ordonnée à l’origine et 2 points de la courbe**
* **3 points de la courbe**
1. Le sommet et un point de la courbe
* Dans la table des valeurs, lorsque la variation des valeurs consécutives de la variable indépendante (*x*) est la même, et que la **variation au deuxième niveau** des valeurs consécutives de la variable dépendante (*f(x)*) est **constante**, la fonction est dite **polynomiale du second degré** (fonction quadratique).

***Forme de la règle :*** $f\left(x\right)=a\left(x-h\right)^{2}+k,$ ***où*** $a\ne 0$

***Exemple :*** $f(x)=0,5\left(x-3\right)^{2}+2$

***Représentation graphique***

***Table des valeurs***

|  |  |
| --- | --- |
| *x* | *f(x)* |
| *1*+1 | *4*-1,5 |
| *2*+1 | *2,5*-0,5+1 |
| *3*+1 | *2*+0,5+1 |
| *4*+1 | *2,5*+1+1,5 |
| *5* | *4* |

***Pour trouver la règle :***

1. Sommet S(3,2) : $f\left(x\right)=a\left(x-h\right)^{2}+k,$

$$f\left(x\right)=a\left(x-3\right)^{2}+2$$

2. Pour trouver « *a »*, point de la courbe, (5,4) par exemple :

$$f\left(x\right)=a\left(x-3\right)^{2}+2$$

$$4=a\left(5-3\right)^{2}+2$$

$$4=4a+2$$

$$4-2=4a$$

$$2=4a$$

$$0,5=a$$

***Règle :*** $f(x)=0,5\left(x-3\right)^{2}+2$



Lien web: Démonstration Geogebra : Paramètres de la fonction quadratique

<https://www.geogebra.org/m/jYUyT7aE>

1. Les zéros et un point de la courbe

***Forme de la règle :*** $f\left(x\right)=a\left(x-x\_{1}\right)\left(x-x\_{2}\right)$

Où  $a\ne 0$et $x\_{1}\ne x\_{2}$ et $f\left(x\_{1}\right)=f\left(x\_{2}\right)=0$

***Exemple :*** $f\left(x\right)=0,5(x-3)(x+1)$

***Représentation graphique***

***Table des valeurs***



|  |  |
| --- | --- |
| *x* | *f(x)* |
| *-3* | *6* |
| *-1* | *0* |
| *1* | *-2* |
| *3* | *0* |

L’ordonnée à l’origine et 2 points de la courbe

***Pour trouver la règle :***

1. Sommet S(3,2) : $f\left(x\right)=a\left(x-x\_{1}\right)\left(x-x\_{2}\right)$

$$f\left(x\right)=a\left(x-3\right)\left(x-(-1)\right)$$

2. Pour trouver « *a »*, point de la courbe, (-3,6) par exemple :

$$f\left(-3\right)=6=a\left(-3-3\right)\left(-3+1)\right)$$

$$6=a\left(-6\right)\left(-2)\right)$$

$$6=12a$$

$$\frac{6}{12}=a$$

$$\frac{1}{2}=a$$

$$0,5=a$$

$$f\left(x\right)=0,5(x-3)(x+1)$$

***Forme de la règle :*** $f\left(x\right)=ax^{2}+bx+c$

Où  $a\ne 0 b\ne 0 c\ne 0$

***Exemple :*** $f\left(x\right)=\frac{-1}{3}x^{2}+3x+4$

******

***Représentation graphique***

***Pour trouver la règle :***

1. Ordonnée à l’origine C(0,4) : $f\left(x\right)=ax^{2}+bx+c$

$$f\left(x\right)=ax^{2}+bx+4$$

2. Pour trouver les termes manquant « a » et « b », on construit deux équations avec deux points de la courbe.

$10=a(3)^{2}+b\left(3\right)+4$ $-8=a(12)^{2}+b\left(12\right)+4$

$10=9a+3b+4$ $-8=144a+12b+4$

$6=9a+3b$ $-12=144a+12b$

3. Par élimination, on trouve un des termes

$$(12)\left(6=9a+3b\right)$$

$$(3)(-12=144a+12b)$$

$$108=-324a+0b$$

$$\frac{108}{-324}=a=\frac{-1}{3}$$

4. Substituer et isoler le second terme dans une équation

$6=9\left(-\frac{1}{3}\right)+3b$ $-12=144\left(-\frac{1}{3}\right)+12b$

$6=-3+3b$ $-12=-48+12b$

$\frac{9}{3}=b=3$ $\frac{36}{12}=b=3$

$$f\left(x\right)=\frac{-1}{3}x^{2}+3x+4$$

1. 3 points de la courbe

***Forme de la règle :*** $f\left(x\right)=ax^{2}+bx+c$

Où  $a\ne 0 b\ne 0 c\ne 0$

***Exemple :*** $f\left(x\right)=\frac{-1}{4}x^{2}-2x+4$

***Pour trouver la règle :***

1. Construire trois équations à partir des trois points.

$4=a(-8)^{2}+b\left(-8\right)+c$ $-17=a(6)^{2}+b\left(6\right)+c$

$4=64a-8b+c$ $-17=36a+6b+c$

$$-4,25=a(3)^{2}+b\left(3\right)+c$$

$$-4,25=9a+3b+c$$

2. À l’aide d’une des trois équations, éliminer « c » des deux autres (par élimination).

$-17=36a+6b+c$ $-4,25=9a+3b+c$

$4=64a-8b+c$ $4=64a-8b+c$

$-21=-28a+14b$$-8,25=-55a+11b$

3. À l’aide de ces nouvelles équations, par élimination, on trouve un des termes.

$$(11)\left(-21=-28a+14b\right)$$

$$(14)(-8,25=-55a+11b)$$

$-115,5=462a+0b$ $a=\frac{-1}{4}$

4. Substituer et isoler le second terme dans une des équations secondaires.

$-21=-28(\frac{-1}{4})+14b$ $b=-2$

5. Substituer les termes connus dans une des équations de départ et isoler le troisième terme.

$4=64(\frac{-1}{4})-8(-2)+c$ $c=4$

$$f\left(x\right)=\frac{-1}{4}x^{2}-2x+4$$

***Représentation graphique***