MAT-3051-2

Modélisation algébrique et graphique

Mathématique, 2e cycle du secondaire

**Comment reconnaître un type de fonction à partir d’une table de valeurs**

* **Relation de proportionnalité**
* **Relation de variation inverse**



Révision : février 2017

Réalisé par Amina Alaoui

Adaptation : Équipe CEAPO

**Partie 1 : La relation de proportionnalité**

En mathématique, le concept de proportion donne lieu à deux types de situations, et donc deux types de représentations graphiques ayant des propriétés précises.

**1. Reconnaître une fonction linéaire (directement proportionnelle)**

* Dans la table des valeurs, lorsque la variation des valeurs consécutives de la variable indépendante (*x*) est la même, que la ***variation*** des valeurs consécutives de la variable dépendante (*f(x)*) est ***constante***, et qu’elle ***passe*** par l’origine ***(0,0)***, elle représente une fonction ***linéaire***.

***Forme de la règle :*** $f(x)=ax$***, où*** $a\ne 0$

***Exemple 1 :*** $f(x)=2x$

***Représentation graphique***

***Table des valeurs***

|  |  |
| --- | --- |
| *x* | *f(x)* |
| *-1*+1 | *-2*+2 |
| *0*+1 | *0*+2 |
| *1*+1 | *2*+2 |
| *2* | *4* |

***Pour trouver la règle :***

$$a=\frac{y\_{2}-y\_{1}}{x\_{2}-x\_{1}}=\frac{4-2}{2-1}=2$$

$$y=ax+b$$

$$-2=2(-1)+b$$

$$-2+2=b$$

$$0=b$$

***Règle :***$ y=2x$

****

Lien web: Démonstration Geogebra, exemples de fonctions linéaires

<https://www.geogebra.org/m/kgYNMrkb>

**2. Reconnaître une fonction affine**

* Dans la table des valeurs, lorsque la variation des valeurs consécutives de la variable indépendante (*x*) est la même, et que la ***variation*** des valeurs consécutives de la variable dépendante (*f(x)*) est ***constante***, et qu’elle ***ne passe pas*** par l’origine ***(0,0)***, elle représente une fonction ***affine***.

***Forme de la règle :*** $f\left(x\right)=ax+b$ ***où*** $a\ne 0$

****

***Représentation graphique***

***Exemple 2 :*** $f(x)=2x+3$

***Table des valeurs***

|  |  |
| --- | --- |
| *x* | *f(x)* |
| *-1*+1 | *1*+2 |
| *0*+1 | *3*+2 |
| *1*+1 | *5*+2 |
| *2* | *7* |

***Pour trouver la règle :***

$$a=\frac{y\_{2}-y\_{1}}{x\_{2}-x\_{1}}=\frac{7-5}{2-1}=2$$

$$y=ax+b$$

$$1=2(-1)+b$$

$$1+2=b$$

$$3=b$$

***Règle :***$ y=2x+3$

********

Lien web: 2 autres démonstrations Geogebra : La fonction affine et ses paramètres

<https://www.geogebra.org/m/pnm3vtPa?doneurl=%2Fcoulombg>

<https://www.geogebra.org/m/rmhd6jyJ?doneurl=%2Fcoulombg>

Lien web: Démonstration Geogebra, exemples de fonctions affines

<https://www.geogebra.org/m/VxAj4Awx>

**Partie 2 : La relation de variation inverse**

La fonction de variation inverse, aussi appelée la fonction rationnelle, est une fonction dont la variable dépendante (y) diminue à mesure que l'on augmente la variable indépendante (x).

**Reconnaître une fonction rationnelle (proportion inverse)**

* Lorsque le produit des deux variables est constant, la **fonction** est dite **rationnelle** (fonction de variation inverse).

***Forme de la règle :*** $f\left(x\right)=\frac{k}{x} , où x\ne 0 et k\ne 0$

***Exemple 3 :*** $f(x)=\frac{4}{x}$

Dans notre exemple : $y×x=4$

***Table des valeurs***

***Représentation graphique***

****

|  |  |
| --- | --- |
| *x* | *f(x)* |
| *-4* | *-1*$$-2×-2=4$$$$-4×-1=4$$ |
| *-2* | *-2*$$-1×-4=4$$ |
| *-1* | *-4*$$1×4=4$$ |
| *1* | *4*$$2×2=4$$ |
| *2* | *2*$$4×1=4$$ |
| *4* | *1* |

***Pour trouver la règle :***

$$le produit des valeurs $$

$$de chaque couple est constant$$

$$-4×-1=4$$

$$-2×-2=4$$

$$…$$

***Règle :*** $y=\frac{4}{x}$

****

Lien web: Démonstration Geogebra, exemples de fonctions rationnelles

<https://www.geogebra.org/m/TDkkmSVE>

**Partie 2 : Un projet de voyage**

Luc fête ses 16 ans et vient juste de décrocher un emploi chez Jean-Coutu. Il a toujours rêvé de faire un voyage aux États-Unis avec ses amis à la fin de ses études secondaires.

Faites une étude complète du projet de voyage de Luc :

* En laissant toutes les traces de vos démarches;
* En utilisant trois modes de représentation pour chaque tâche (table de valeurs, règle ou modèle algébrique (équation) et représentation graphique);
* En décrivant la relation qui existe entre les variables et en tirant des conclusions quant au modèle algébrique obtenu.

**Tâche 1 : Le salaire**

Luc travaillera chez Jean-Coutu au salaire minimum, soit 10,75$/heure.

Le nombre d’heures qu’on lui donnera variera d’une semaine à l’autre, mais ne dépasser pas 16 heures. Luc veut tenter de prévoir le salaire qu’il pourrait recevoir par semaine.

1. identification des variables :

x :

y :

1. Table de valeurs

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | … |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | … |

c) Modèle algébrique (généralisation)

d) Représentation graphique

**Tâche 2 : Les économies en lien avec le financement**

Jusqu’à sa fête de 18 ans, pour l’aider et l’encourager à économiser, le père de Luc s’engage à déposer à chaque fois la moitié du montant déposé par son fils dans un compte en banque en vue de son voyage, à condition qu’il ne retire pas d’argent jusqu’à l’approche du voyage.

De plus, son père lui offre au début un montant de 200 $ qu’il déposera dans son compte.

1. Identification des variables :

x :

y :

1. Table de valeurs

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | … |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | … |

c) Modèle algébrique (généralisation)

d) Représentation graphique

**Tâche 3 : Les frais de déplacement en lien avec le nombre de participants**

Luc propose à son groupe d’amis de louer un minibus pour leur voyage. Le coût est de 500 $ pour un maximum de 20 passagers incluant le service du chauffeur et les frais de carburant. Le groupe est d’accord pour se partager équitablement les frais de transport.

1. identification des variables :

x :

y :

b) Table de valeurs

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | … |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | … |

c) Modèle algébrique (généralisation)

d) Représentation graphique