

**Programme
remanié
de mathématiques**

**Initiation à la
calculatrice
à affichage graphique**

TI-83 / TI-83 Plus / Ti-84

Par : Louis-Marie Gaulin, enseignant
Centre Odilon-Gauthier
C. S. des Premières-Seigneuries, Québec
Mai 2006
Pour rétroaction : www.csdps.qc.ca/odilon-gauthier

TABLE DES MATIÈRES

1 ^{ER} CAS : ÉTUDE D'UNE FONCTION QUADRATIQUE	3
Zoom sur une partie du graphique	5
Étude du graphique	5
Utilisation de la table de valeurs	7
Enregistrer des valeurs en mémoire	8
Recherche des zéros	9
Calculer des coordonnées	10
Calculer une ou des abscisse(s) à partir d'une ordonnée	11
Équations canonique et générale d'une même fonction	13
MAT-4109 : Fonctions diverses	13
EXEMPLE 1 (MAT-4109) : résolution de problèmes.....	18
MAT-4111 : Complément et synthèse I.....	20
EXEMPLE 2 (MAT-4111) : points de rencontre d'une parabole et d'une droite	20
EXEMPLE 3 (MAT-4111) : résolution de problèmes.....	21
MAT-4111 : somme, différence et produit de fonctions	23
EXEMPLE 4 (MAT-4111) : opérations sur les fonctions	24
CALCULATRICE GRAPHIQUE : COURS DE 5 ^E SECONDAIRE	25
EXEMPLE 5 (MAT-5102) : corrélation et droite de régression	26
MAT-5106 : fonctions réelles et équations.....	29
Tracer le graphique d'une réciproque : DrawInv.....	30
EXEMPLE 6 (MAT-5106) : étude d'une fonction rationnelle.....	31
EXEMPLE 7 (MAT-5108) : fonctions sinusoidales.....	32
EXEMPLE 8 (MAT-5111) : composition de fonctions.....	32
EXEMPLE 9 (MAT-5111) : opérations sur les fonctions	33
EXEMPLE 10 (MAT-5111) : résolution d'une inéquation.....	34
CORRIGÉ.....	34

Modèle de calculatrice

Ce document est conçu pour un apprentissage individualisé ou collectif en utilisant une calculatrice TI-83 de la compagnie Texas Instruments, ou un modèle équivalent ou supérieure de calculatrice TI (les illustrations correspondent à une TI-83 avec affichage en anglais).

MAT-4109 : étude d'une fonction

- ✓ À partir d'une situation fonctionnelle décrite à l'aide d'un graphique cartésien, décrire les caractéristiques de cette fonction :

- croissance ou décroissance;
- signe;
- taux de variation;
- existence d'axes de symétrie;
- existence de maximums ou minimums;
- abscisse ou abscisses à l'origine (zéros);
- ordonnée à l'origine;
- domaine et image.

1^{ER} CAS : ÉTUDE D'UNE FONCTION QUADRATIQUE

ÉQUATION : $f(x) = 2x^2 - 3,5x - 3,75$

Entrer l'équation :

Touche **Y=**.

Effacer les équations entrées s'il y a lieu :

Allez à chaque Y1, Y2 etc. à l'aide des flèches.

Pressez **CLEAR** pour effacer chaque équation.

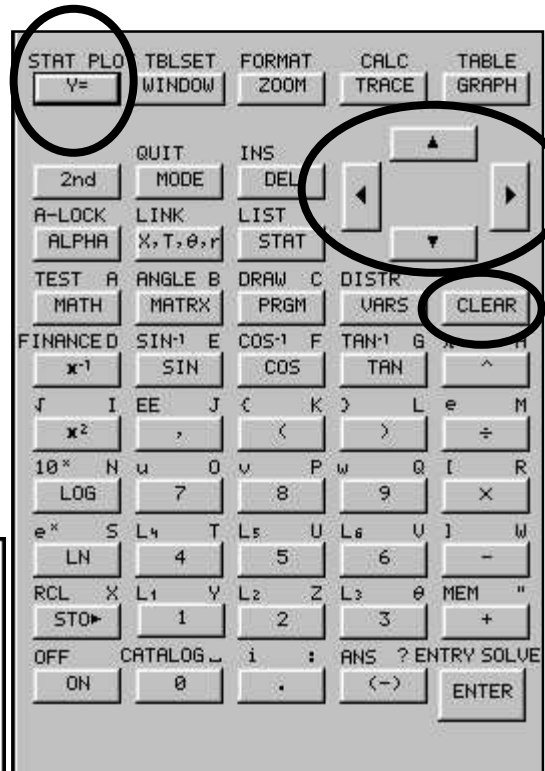
Effacer les graphiques statistiques s'il y a lieu :

Touches **2nd** et **STAT PLOT**.

Choisissez **4 PlotsOff** et pressez **Enter**.

```

STAT PLOTS
1:Plot1...Off
  L1  L2
2:Plot2...Off
  L3  1
3:Plot3...Off
  L3  1
4:PlotsOff
  
```



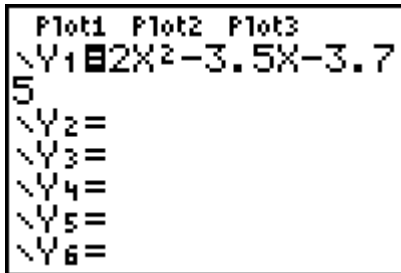
Entrez $Y1 = 2x^2 - 3,5x - 3,75$:

Pressez **Y=**.
Allez à **Y1=**.

Pressez la séquence :

$$2 \boxed{X,T,\theta,r} \boxed{x^2} - 3.5 \boxed{X,T,\theta,r} - 3.75$$

Vous obtenez :



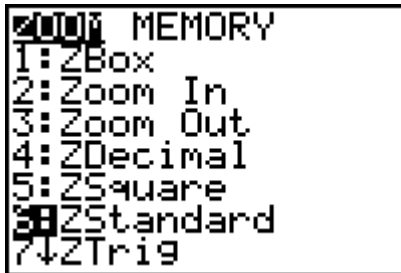
Appuyez sur **GRAPH**.

Vous voyez peut-être un graphique incomplet ou rien du tout.

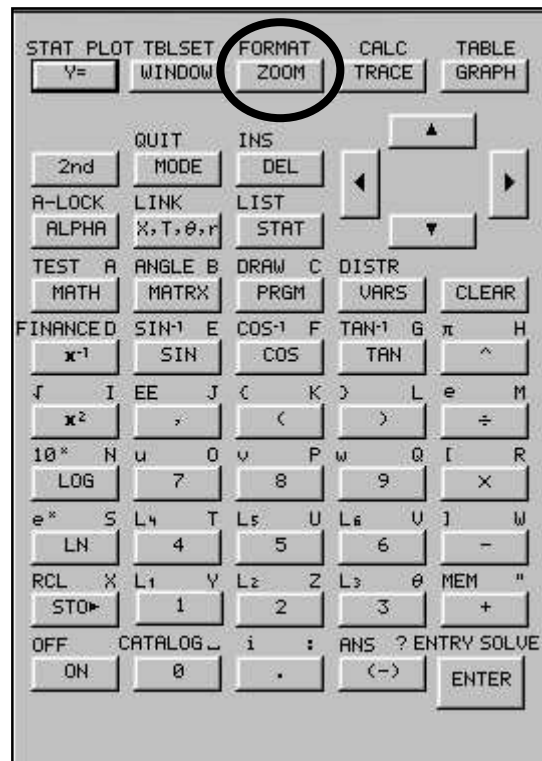
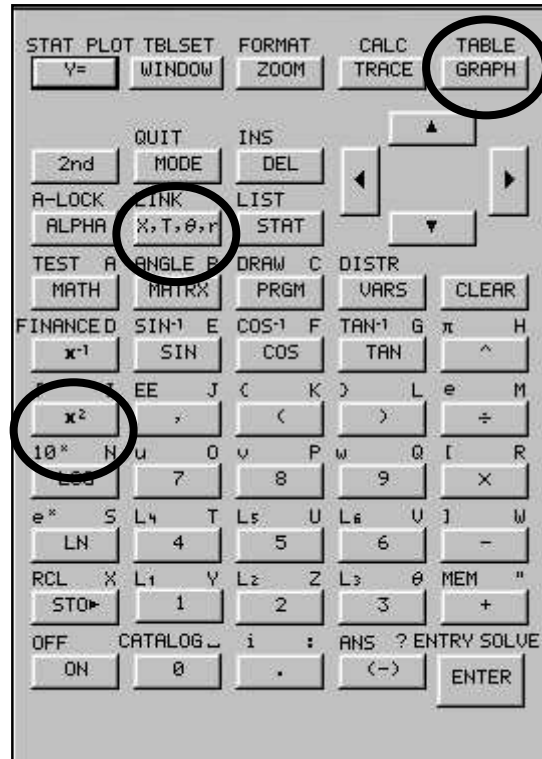
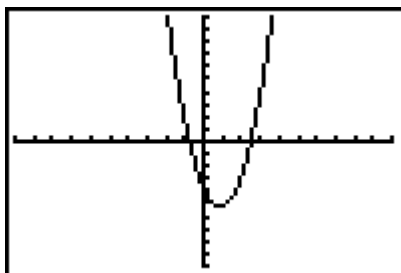
Ajuster les paramètres de la fenêtre d'affichage s'il y a lieu :

Appuyez sur **ZOOM**.

Choisissez **6 Zstandard**.



Voici le graphique que vous devriez voir :

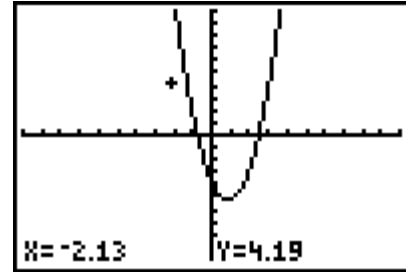


ZOOM SUR UNE PARTIE DU GRAPHIQUE

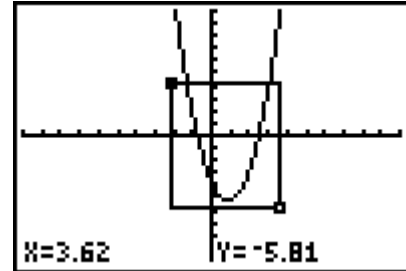
Pressez la touche **ZOOM**.

Choisissez **ZBox**.

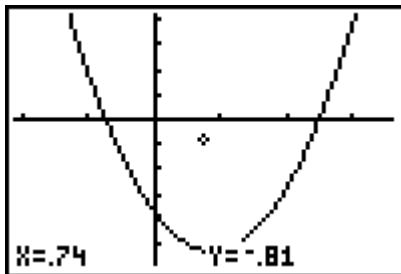
Avec les touches de direction, déplacez le curseur environ au point $(-2, 4)$ et pressez **Enter**.



Avec les touches de direction, dessinez une boîte de zoom ayant à peu près les dimensions indiquées ci-contre.



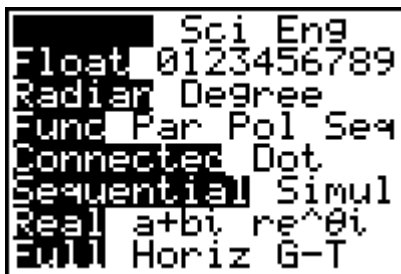
Appuyez sur **Enter** pour retracer le graphique à l'intérieur des bornes ainsi délimitées :



Vérifier que la calculatrice est en mode d'arithmétique à point flottant :

Pressez la touche **MODE**.

Assurez-vous que la 2^e ligne indique **Float** :

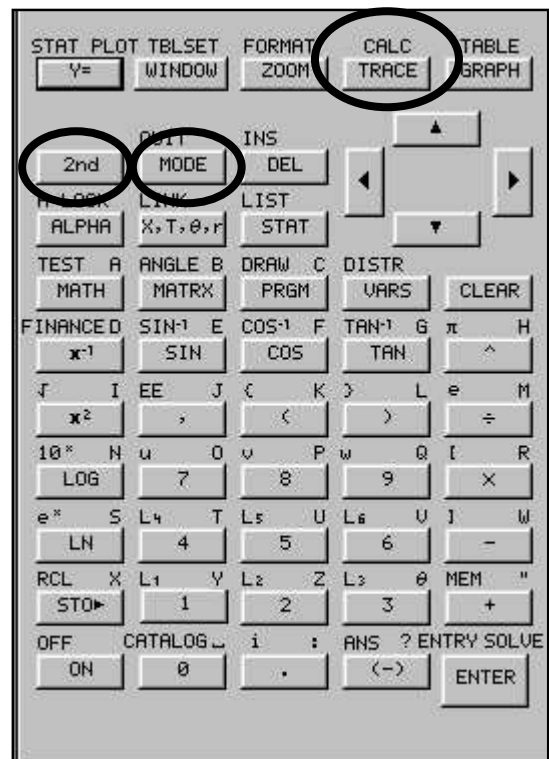


ÉTUDE DU GRAPHIQUE

Touches **2nd** et **CALC**.

Maximum/minimum :

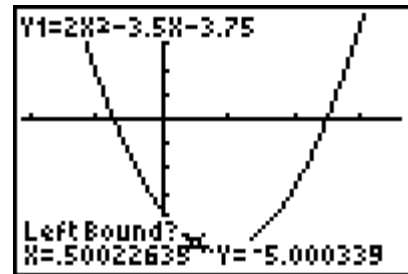
Choisissez **3 Minimum**.



Left Bound :

Déplacez le curseur (flèches ← →) sur une borne approximative à gauche du minimum.

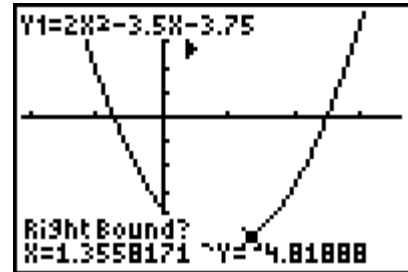
Pressez **Enter**.



Right Bound :

Répétez le procédé pour la borne à droite.

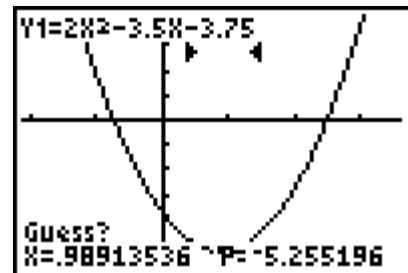
Pressez **Enter**.



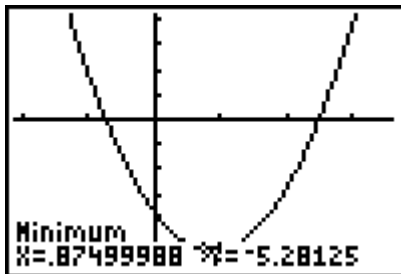
Guess :

Placez approximativement le curseur sur le minimum.

Pressez **Enter**.



Après quelques instants, la calculatrice indique un minimum.



Comme la calculatrice est en mode «Point flottant», il y a une imprécision apparente dans le résultat (l'abscisse est très près de 0,875).

Vérifier le calcul en arithmétique à point fixe :

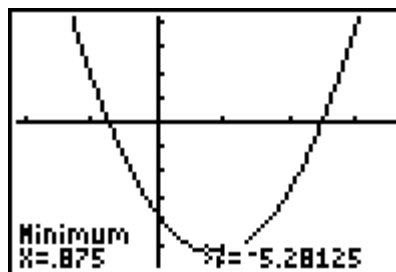
Pressez la touche **MODE**.

Choisissez une arithmétique à point fixe, avec 5 décimales.

Répétez le calcul du minimum comme ci-dessus.



Vous devriez obtenir un résultat plus précis.



Voici une autre façon de trouver la valeur précise du minimum.

UTILISATION DE LA TABLE DE VALEURS

Avec la touche **MODE**, remplacez votre calculatrice en mode «Point flottant».

À titre d'exercice, refaites le calcul du minimum.

Le résultat devrait différer un peu de celui obtenu plus tôt.

La valeur de x est située quelque part entre 0,8740 et 0,8750. Nous allons la trouver avec la table de valeurs.

Définir un point de repère dans la table de valeurs :

Pressez les touches **2nd** et **TBLSET**.

Entrez un point de départ (**TblStart**) et un pas (**ΔTbl**) comme ci-contre.



Parcourir la table de valeurs :

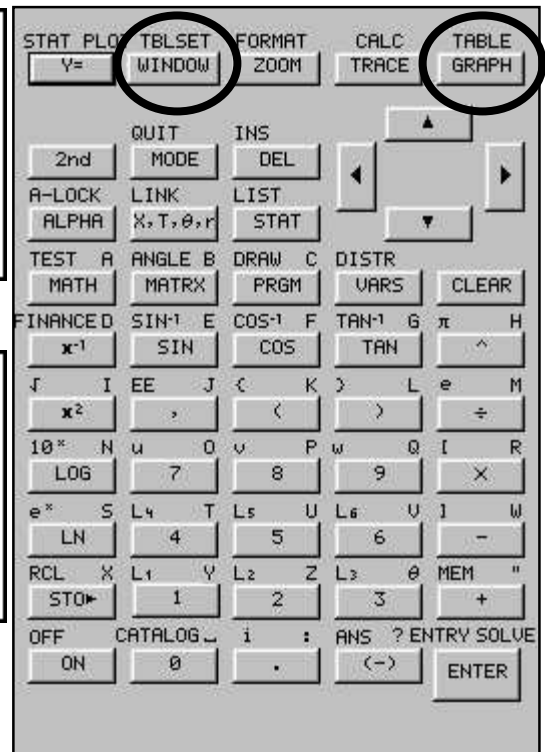
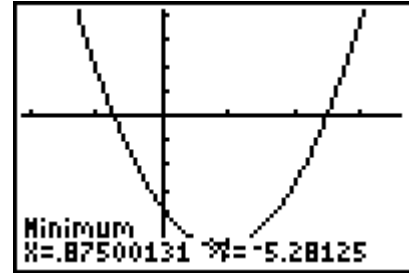
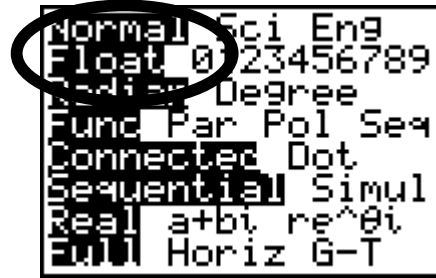
Pressez les touches **2nd** et **TABLE**.

Placez le curseur sur la colonne **Y1**.

La valeur précise de **Y1** apparaît en bas de l'écran.

X	Y1
.874	-5.281248
.8741	-5.281
.8742	-5.281
.8743	-5.281
.8744	-5.281
.8745	-5.281
.8746	-5.281

Y1 = -5.281248



Descendez le curseur dans la colonne **Y1** :

À mesure que x augmente jusqu'à $x = 0,875$, **Y1** diminue.
Y1 augmente ensuite à partir de $x = 0,875$.

Donc le minimum se trouve à $x = 0,875$.

X	Y1	
.8745	-5.281	
.8746	-5.281	
.8747	-5.281	
.8748	-5.281	
.8749	-5.281	
.875	-5.28125	
.8751	-5.281	

Y1 = -5.28125

Revenir à l'écran principal :

Pressez les touches **2nd** et **QUIT**.

ENREGISTRER DES VALEURS EN MÉMOIRE

La calculatrice dispose de mémoires multiples (**A, B, C, etc.**) pour conserver des résultats.

Pour enregistrer les coordonnées du sommet, par exemple dans les variables **H** et **K** :

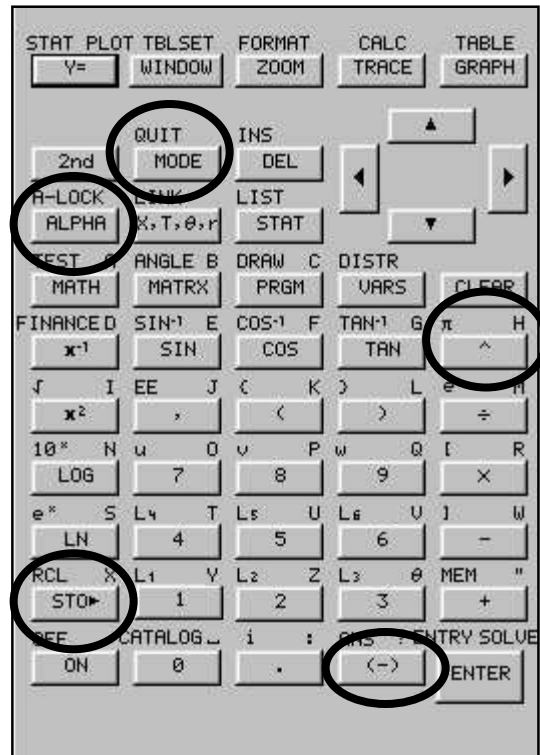
Tapez **0.875 STO→ ALPHA H**.

Pressez **Enter**.

Tapez **(-) 5.28125 STO→ ALPHA K**.

Pressez **Enter**.

NOTEZ BIEN la différence entre le – monadique (-) et l'opérateur -.



0.875→H	
-5.28125→K	.875
	-5.28125

Effacez l'écran (appuyez sur la touche **CLEAR**).

Rappeler une valeur entreposée en mémoire :

Pour rappeler la valeur de H, tapez **2nd RCL ALPHA H**.

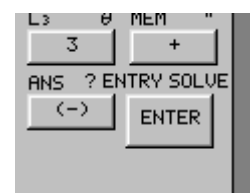
Pressez **Enter**.

La valeur de H (0,875) est affichée.

NOTE

En plus des mémoires A,B,C etc., on peut rappeler :

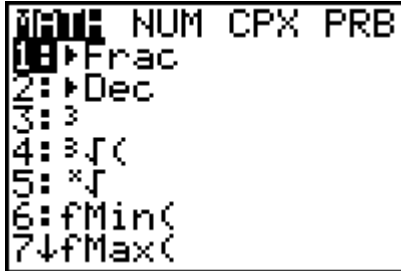
- le dernier résultat au moyen des touches **2nd Ans**;
- la dernière commande entrée au moyen de **2nd Entry**.



Convertir un nombre décimal en fraction :

Une fois 0,875 affiché, pressez **MATH**.

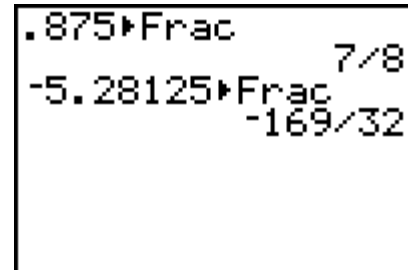
Choisissez **1** : ➔ **Frac** et pressez **Enter**.



Voici ce que vous devriez voir :



Rappelez la valeur de K et convertissez-la en fraction.



RECHERCHE DES ZÉROS

Pressez **2nd** et **CALC**.

Choisissez **2** : **Zero**.

La suite est similaire à ce qui a été fait pour trouver le minimum.

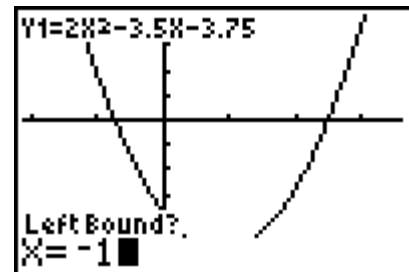
Left bound :

Un 1^{er} zéro est situé entre -1 et $-0,5$.

Pour déplacer le curseur rapidement, entrez directement la valeur de x .

Tapez -1 comme valeur de x (voir ci-contre) et appuyez sur **Enter**.

ATTENTION : touche (-).



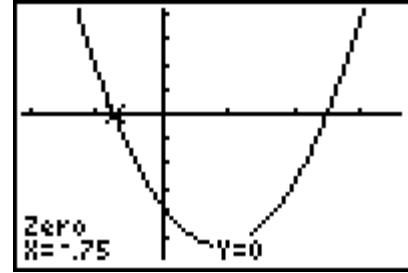
Right Bound :

Procédez de la même façon pour entrer $-0,5$ comme borne à droite.

Guess :

Déplacez le curseur près de la valeur du zéro et pressez **Enter**.

La valeur du zéro s'affiche après quelques instants.

Deuxième zéro :

Trouvez la valeur du 2^e zéro de la même façon.

CALCULER DES COORDONNÉES

Pressez la touche **TRACE**.

En utilisant les touches de direction ◀ ▶, on peut ensuite parcourir un graphique. En déplaçant le curseur, les coordonnées de divers points sont affichées.

Pour aller à un point précis, tapez son abscisse.

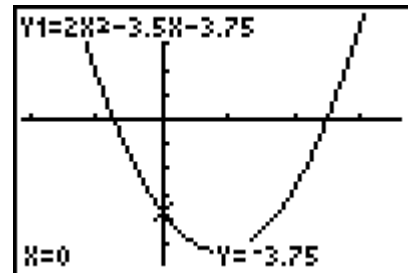
Par exemple, tapez 0 et pressez **Enter**. Le curseur va au point correspondant et indique ses coordonnées.

Voici une autre technique pour afficher un point précis :

Pressez **2nd** et **CALC**.

Choisissez **1 : Value**.

Tapez 0 comme valeur de **X=** et pressez **Enter**.

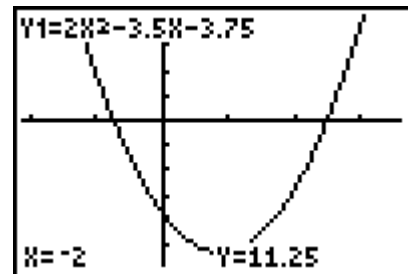
Point situé hors de la zone d'affichage :

Pressez **2nd** et **CALC**.

Choisissez **1 : Value**.

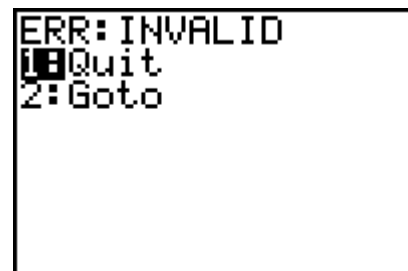
Tapez -2 comme valeur de x .

Les coordonnées du point s'affichent, mais le curseur ne se déplace pas sur ce point, car il n'est pas affiché à l'écran.



Répétez l'opération pour un x sensiblement plus petit (par exemple : $x = -15$).

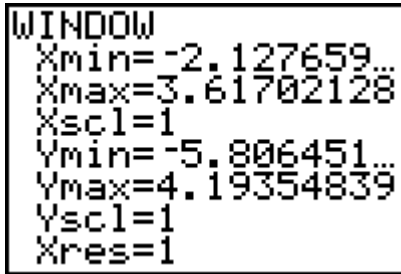
Vous devriez alors voir un message d'erreur comme ci-contre. Cette erreur est causée par une valeur de x qui dépasse les limites définies dans **WINDOW**.



Pressez sur **Enter**.

Pressez **Window**.

Cette touche affiche les bornes d'affichage du graphique. Vous devriez voir quelque chose qui s'apparente à ce qui suit :

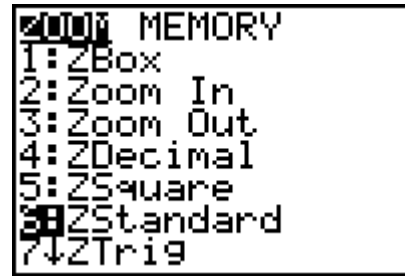
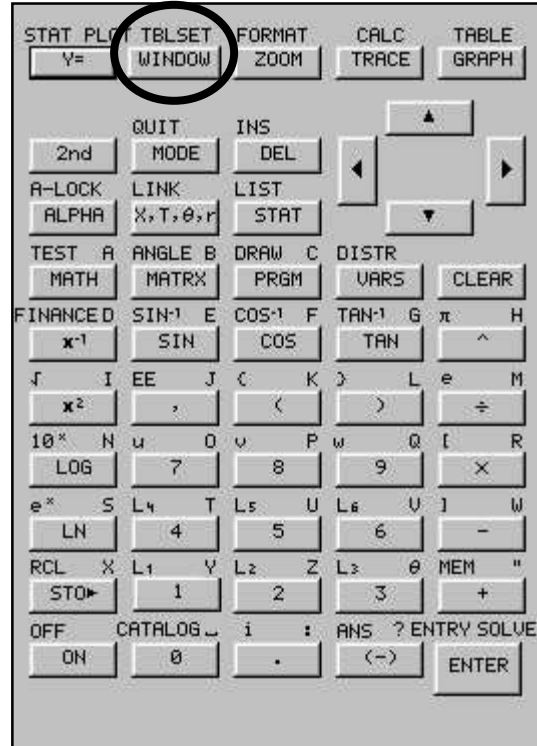
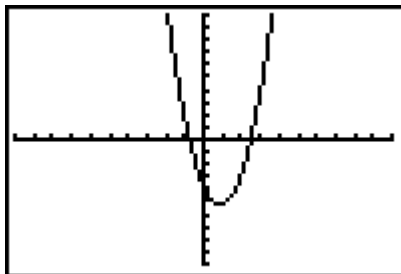


Redéfinir les bornes d'affichage :

Pressez la touche **ZOOM**.

Choisissez **6 ZStandard** et pressez **Enter**.

Cette opération réaffiche le graphique selon les bornes «standard» de la calculatrice, c'est-à-dire avec x et y allant de -1 à 10 par pas de 1 .



CALCULER UNE OU DES ABSCISSE(S) À PARTIR D'UNE ORDONNÉE

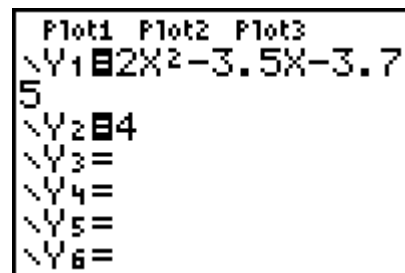
Exemple : si $y = 4$, quelles sont les valeurs correspondantes de x ?

Il faut d'abord tracer le graphique de $y = 4$:

Touche **y=**.

Entrez **Y2 = 4**.

Tracez le graphique.



Nous avons donc maintenant deux graphiques : la parabole et la droite $y = 4$.

Il s'agit de trouver les points de rencontre des deux courbes :

Premier point de rencontre :

Tapez **2nd CALC**.

Choisissez **5 Intersect**.

First curve?

La calculatrice indique (en haut à gauche) $Y1 = 2x^2 - 3.5x - 3.75$...

Pressez **Enter**.

Second curve ?

La calculatrice indique (en haut à gauche) $Y2 = 4$.

Pressez **Enter**.

Guess ?

Déplacez le curseur près du point de rencontre situé dans le 2^e quadrant.

Pressez **Enter**.

Après quelques instants, la calculatrice indique le point de rencontre.

Deuxième point de rencontre :

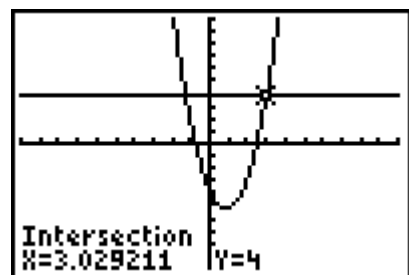
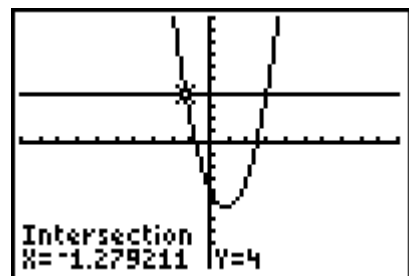
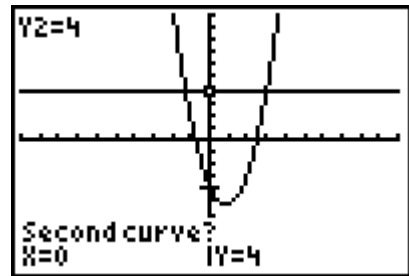
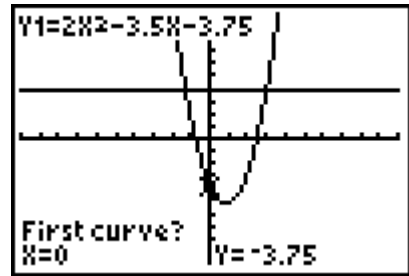
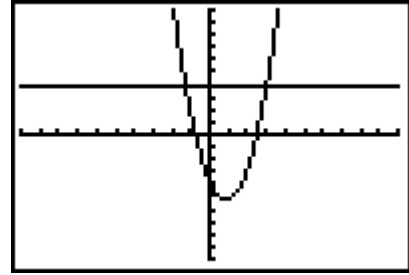
Procédez de la même façon pour trouver le point de rencontre du 1^{er} quadrant.

La calculatrice nous donne donc les abscisses recherchées.

Si $y = 4$, la parabole a deux points d'abscisses : $-1,279211$ et $3,029211$.

La formule quadratique donne : $\frac{3,5 \pm \sqrt{74,25}}{4}$,

ce qui correspond bien aux 2 valeurs ci-dessus. Vérifiez-le si le cœur vous en dit.



Le programme remanié utilise la forme $f(x) = a \cdot \text{fonction}(b(x-h)) + k$ pour toutes les fonctions, autant en quatrième qu'en cinquième secondaire. Cette forme a l'avantage d'être uniforme pour toutes les fonctions et d'aider à analyser plus facilement l'allure générale d'un graphique selon l'effet des différents paramètres de son équation.

ÉQUATIONS CANONIQUE ET GÉNÉRALE D'UNE MÊME FONCTION

La calculatrice permet de visualiser rapidement l'équivalence de l'équation canonique et de l'équation générale d'une fonction donnée.

Pressez **Y=**.

La calculatrice affiche normalement l'écran ci-contre.

Effacez l'équation **Y2 = 4**.

```

Plot1 Plot2 Plot3
\Y1=2X^2-3.5X-3.7
5
\Y2=4
\Y3=
\Y4=
\Y5=
\Y6=

```

Entrez **Y2 = 2(X-0.875)²-5.28125**.

Faites tracer les deux graphiques.

```

Plot1 Plot2 Plot3
\Y1=2X^2-3.5X-3.7
5
\Y2=2(X-0.875)^2-5.28125
\Y3=
\Y4=
\Y5=

```

OBSERVEZ BIEN :

- Les deux courbes se superposent parfaitement (si les deux courbes ne superposent pas, vérifiez que les équations entrées sont correctes.)
- Vous auriez pu aussi taper $Y2=2(X-H)^2+K$, en entrant d'abord les coordonnées du sommet dans les variables H et K.

Pour bien voir le 2^e graphique se superposer parfaitement au 1^{er} graphique :

- Déplacez le curseur sur le symbole \ devant l'équation **Y2=** .
- Appuyez sur Enter jusqu'à ce que ce \ devienne un o (oY2=...)
- Pressez GRAPH et observez le petit o qui montre la superposition de Y2 sur Y1.
- Rétablissez ensuite le symbole devant Y2 à \ .

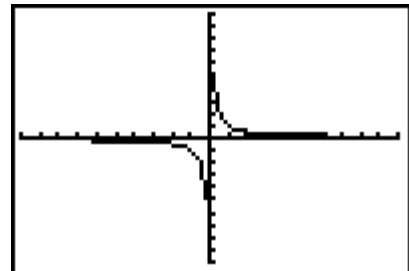
MAT-4109 : FONCTIONS DIVERSES

Le cours MAT-4109 inclut l'étude de fonctions diverses, sous des formes simples. Voici un aperçu du tracé de ces diverses fonctions à l'aide de la calculatrice :

Variation inverse :

Pressez **Y=**.

Effacez toutes les équations **Y1, Y2**, etc.



Entrez **Y1= 1÷X** (la calculatrice affiche 1/X.)

Pressez **GRAPH**.

Table des valeurs et discontinuités :

Pressez **2nd TBLSET**.

Définissez les paramètres ci-contre pour la table.

Pressez **2nd TABLE**.

Parcourez la table de valeurs jusqu'à $x = 0$.



X	Y1	
-4	-.25	
-3	-.3333	
-2	-.5	
-1	-1	
0	ERROR	
1	1	
2	.5	

X=0

La table des valeurs indique une valeur non définie de la variable Y (ERROR) vis-à-vis de $x = 0$. Comme on a ici une division par x et qu'on ne peut diviser par 0, la calculatrice indique une erreur.

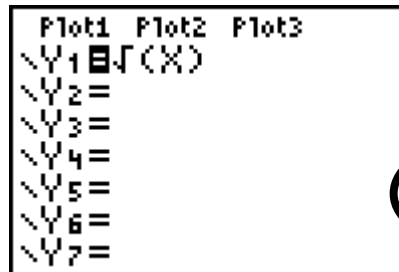
Fonction « racine carrée » :

Pressez **Y=**.

Effacez l'équation **Y1**.

Entrez :

Y1=2nd √ (X)



Pressez **GRAPH**.

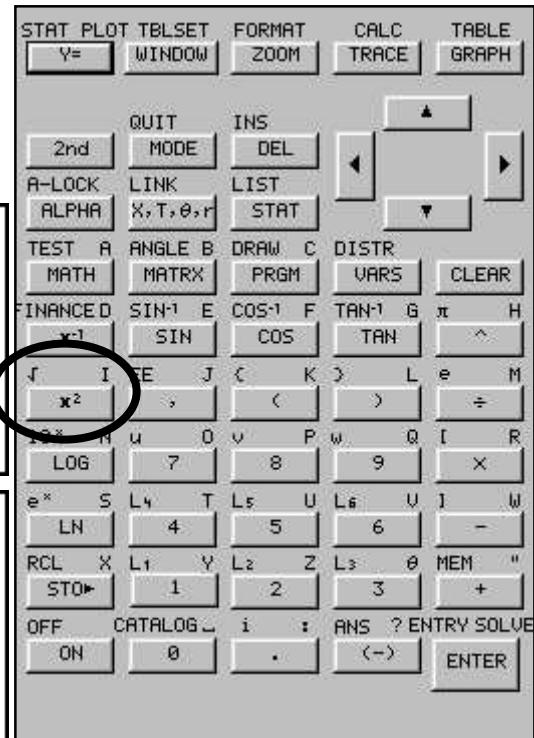
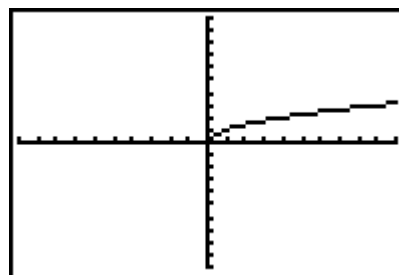


Table des valeurs :

Parcourez la table de valeurs pour vérifier que $f(x) = \sqrt{x}$ est non définie lorsque $x < 0$.

X	Y1	
-4	ERROR	
-3	ERROR	
-2	ERROR	
-1	ERROR	
0	0	
1	1	
2	1.4142	

X=-4

Fonction Partie entière $[x]$:

Pressez **Y=**.

Effacez l'équation **Y1**.

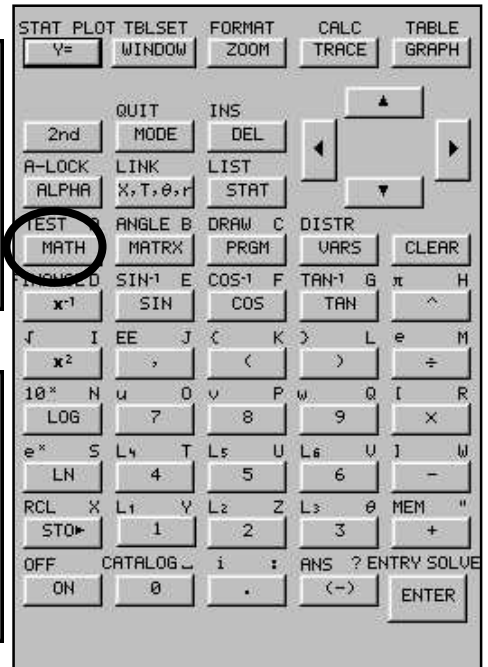
Placez le curseur vis-à-vis de **Y1=**.

Pressez la touche **MATH**.
Choisissez **NUM** et **5** :
Int(.

Tapez **X)** pour compléter l'équation.

```
MATH NUM CPX PRB
1:abs(
2:round(
3:iPart(
4:fPart(
5:Int(
6:min(
7:max(
```

```
Plot1 Plot2 Plot3
Y1: Int(X)
Y2:=
Y3:=
Y4:=
Y5:=
Y6:=
Y7:=
```



Pressez **GRAPH**.

Problème à observer :

Les « marches » du graphique sont reliées entre elles.

Comment remédier à ce problème :

Pressez **MODE**.

Allez à la ligne « **Connected Dot** ».

Choisissez « **Dot** ».

Tracez de nouveau le graphique.

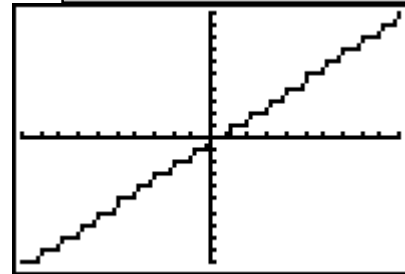
Les marches ne sont plus reliées entre elles, même si les points ouverts/fermés ne sont pas indiqués.

Différence entre les modes **Connected** et **Dot** :

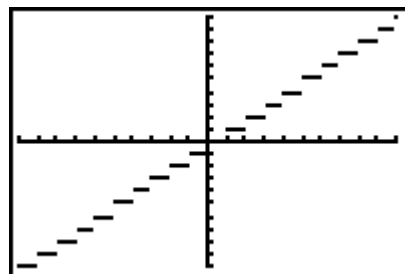
En mode **Connected**, un graphique est tracé en reliant par une ligne tous les points affichés.

En mode **Dot**, un graphique est tracé point à point, sans les relier entre eux.

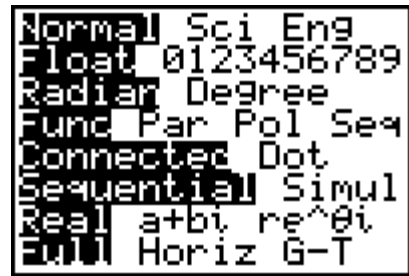
Le nombre de points de chaque « marche » étant infini, on ne voit aucune différence au niveau des « marches » elles-mêmes.



```
Normal Sci Eng
Float 0123456789
Radian Degree
Func Par Pol Seq
Connected Dot
Sequential Simul
Real a+bi re^θi
ZOOM Horiz G-T
```



Redéfinissez la calculatrice en mode **Connected** pour la suite.



Attention à la différence entre les fonctions **Ipart** et **Int** du menu **MATH NUM** :

Ipart(x) retourne la valeur de x sans ses décimales:

Ipart(1,5) = 1 et **Ipart**(-1,5) = -1.

Elle ne correspond donc pas à la définition de $[x]$.

Int(x) retourne le plus grand entier inférieur ou égal à x , ce qui correspond bien à la définition de $[x]$:

Int(1,5) = 1 et **Int**(-1,5) = -2.

Fonction « Valeur absolue » :

Pressez **Y=**.

Effacez l'équation **Y1**.

Placez le curseur vis-à-vis de **Y1=**.

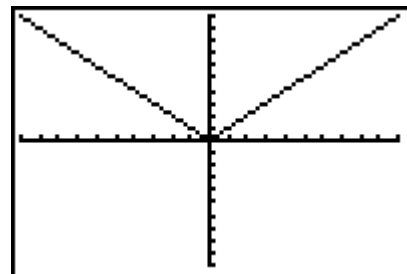
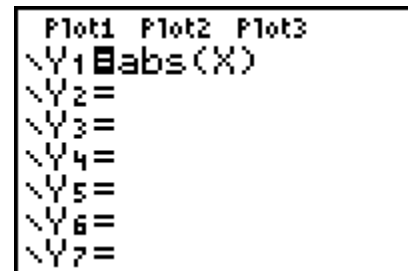
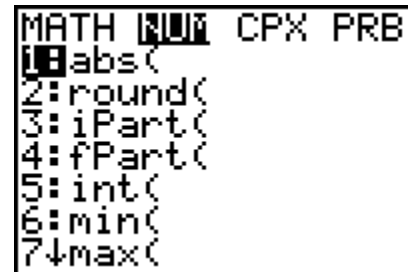
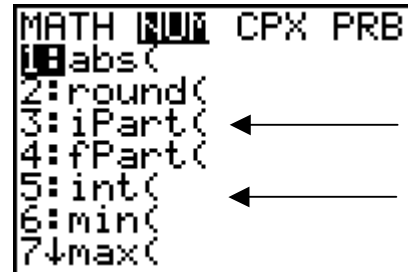
Pressez la touche **MATH**.

Choisissez **NUM** et

1 : Abs(.

Tapez **X)** pour compléter l'équation.

Pressez **GRAPH**.



Fonction exponentielle :

Exemple : $f(x) = 2^x$

Pressez **Y=**.

Effacez l'équation **Y1**.

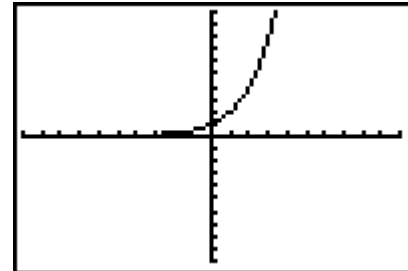
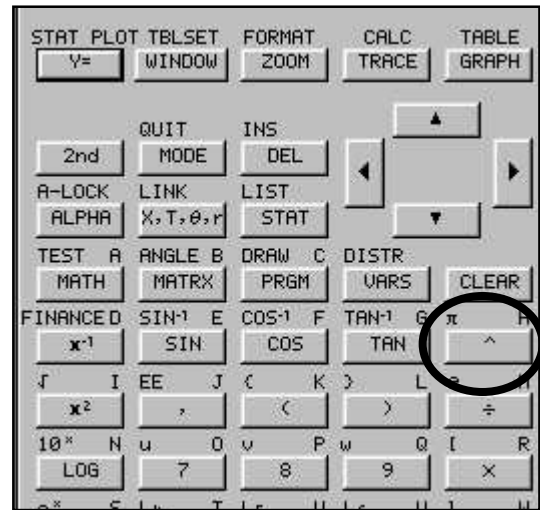
Tapez **Y1=2^X**

(le caractère ^ sert à élever un nombre ou une variable à une puissance donnée.)

Pressez **GRAPH**.

Consultez la table de valeurs (**2ND TABLE**).

Y1 augmente rapidement à mesure que x augmente en positif et diminue graduellement (sans égaler 0) à mesure que x diminue en valeurs négatives.



Fonction logarithmique :

Exemple : $f(x) = \log_2 x$

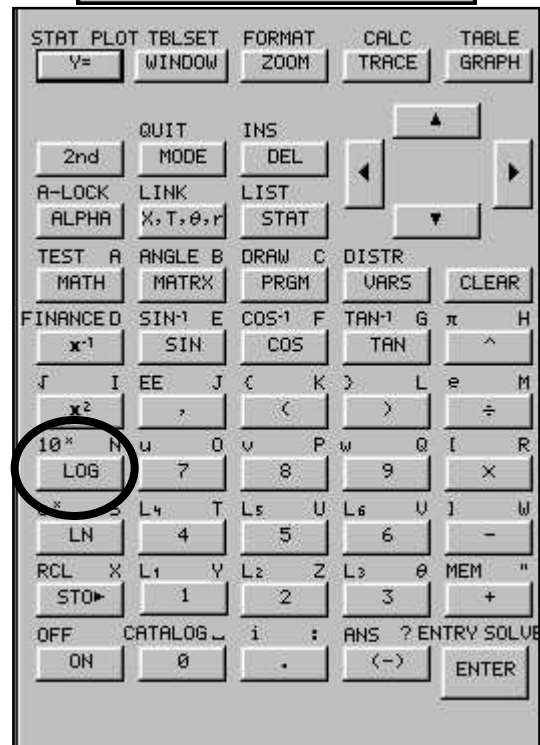
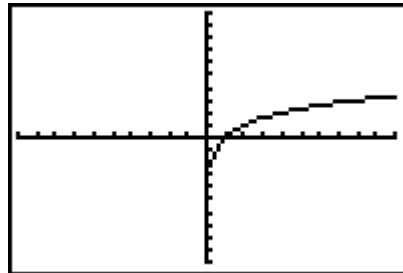
Pressez **Y=**.

Effacez l'équation **Y1**.

Tapez **Y1=log (X)÷log (2)**

(il faut utiliser la conversion de bases, sauf pour les logarithmes en base 10 et en base naturelle.)

Pressez **GRAPH**.



Vérifiez le domaine de définition à l'aide de la table des valeurs : la fonction $f(x) = \log_2 x$ n'est pas définie si $x \leq 0$.

X	Y1
-2	ERROR
-1	ERROR
0	ERROR
1	0
2	1
4	1.585
8	2

X=4

EXEMPLE 1 (MAT-4109) : RÉOLUTION DE PROBLÈMES

Au cours d'une expérience de 80 minutes, on compare les températures de deux liquides. La température d'un liquide A suit la règle :

$$y = -0,001(x - 50)^2 + 12,5$$

La température d'un liquide B diminue de façon constante. Elle est de 15° C au début de l'expérience, puis égale celle du liquide A lorsque celui-ci atteint sa température maximale.

Pour les deux liquides, y représente la température, en degrés Celsius, après x minutes.

Quelle est la différence entre les températures des deux liquides à la fin de l'expérience ?

SOLUTION

1° Il faut trouver l'équation du liquide B :

Comme cette température diminue de façon constante, il s'agit d'une fonction de degré 1.

On dispose de deux points pour trouver l'équation de cette droite, de la forme $y = mx + b$.

Température initiale : point $(x_1, y_1) = (0, 15)$.

Températures égales lorsque le liquide B atteint sa température maximale :

point $(x_2, y_2) = (50 ; 12,5)$.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{12,5 - 15}{50 - 0} = -0,05.$$

L'équation du liquide B est donc : $y = -0,05x + 15$.

2° Tracer les graphiques à l'aide de la calculatrice.

Entrez les équations (touche **Y=**) dans votre calculatrice, comme illustré dans l'encadré de droite.

Définissez ensuite des échelles d'affichage (touche **Window**) correspondant au contexte du problème.

Définissez par exemple des échelles semblables à celles suggérées ci-contre.

```

Plot1 Plot2 Plot3
\Y1=-0.001(X-50)
^2+12.5
\Y2=-0.05X+15
\Y3=
\Y4=
\Y5=
\Y6=

```

```

WINDOW
Xmin=0
Xmax=80
Xscl=10
Ymin=0
Ymax=20
Yscl=5
Xres=1

```

Appuyez ensuite sur la touche **GRAPH** pour tracer les graphiques.

3° Trouver la différence entre les températures à la fin de l'expérience.

Comme l'expérience dure 80 minutes, il faut calculer la différence des ordonnées lorsque $x = 80$.

À cette fin, on peut faire évaluer les ordonnées à partir des graphiques ou utiliser les tables de valeurs.

1^E TECHNIQUE : CALCUL À PARTIR DES GRAPHIQUES

Pressez les touches **2nd CALC** et choisissez l'option **Value**.

Les graphiques sont affichés et la calculatrice attend l'entrée de la valeur de X :

Entrez $X=80$, puis pressez **Enter**.

La calculatrice affiche la valeur de Y1 (la température du liquide A) lorsque $X=80$, soit $Y=11,6$.

Pressez la touche de direction **▼** pour obtenir la valeur de Y2 (la température du liquide B), soit $Y=11$.

On obtient donc une différence de température égale à $11,6 - 11 = 0,6^\circ \text{C}$.

2^E TECHNIQUE : UTILISATION DES TABLES

Pour utiliser les tables, définissez-en d'abord les paramètres d'affichage en pressant les touches **2nd TBLSET**.

Définissez des paramètres similaires à ceux ci-contre.

Pressez ensuite les touches **2nd TABLE** et faites défiler les tables de valeurs de Y1 et Y2 jusqu'à $X=80$, comme ci-contre.

On observe évidemment les mêmes résultats que ci-dessus (des températures de $11,6^\circ \text{C}$ et 11°C).

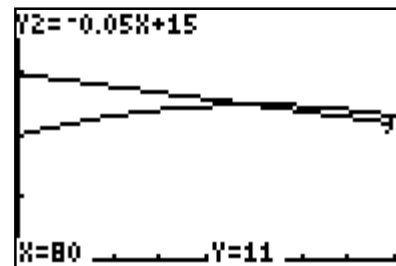
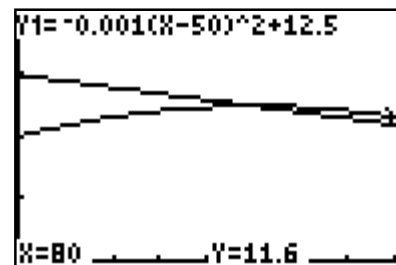
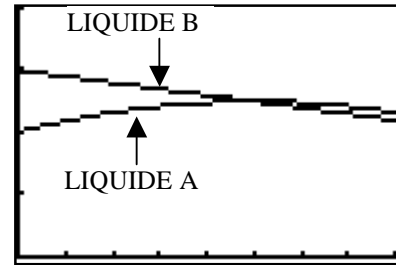


TABLE SETUP		
TblStart=	0	
ΔTbl=	10	
Indent:	Auto	Ask
Depend:	Auto	Ask

X	Y1	Y2
20	11.6	14
30	12.1	13.5
40	12.4	13
50	12.5	12.5
60	12.4	12
70	12.1	11.5
80	11.6	11

MAT-4111 : COMPLÉMENT ET SYNTHÈSE I

**Systèmes d'équations à deux variables,
comprenant une équation de degré 0 ou 1 et une équation de degré 2**

**EXEMPLE 2 (MAT-4111) : POINTS DE RENCONTRE
D'UNE PARABOLE ET D'UNE DROITE**

Soit le système d'équations suivant :

$$y = 2x^2 - 3,5x - 3,75$$
$$y = -\frac{37x}{2} + \frac{137}{4}$$

À titre d'exercice, résolvez ce système algébriquement, puis à l'aide de la calculatrice graphique :

1° Entrez les deux équations dans la calculatrice (touche **Y=**).

Pour chaque point d'intersection à trouver :

2° Utilisez la fonction **2nd CALC INTERSECT** pour trouver un point d'intersection.

3° Question « **First Curve ?** » : pressez **ENTER** pour choisir la courbe **Y1**.

4° Question « **Second Curve ?** » : pressez **ENTER** pour choisir la courbe **Y2**.

5° Question « **Guess ?** » : déplacez le curseur sur la position approximative du point d'intersection désiré.

ATTENTION :

Vous aurez probablement à jouer beaucoup avec les échelles d'affichage en Y (touche **WINDOW**) pour localiser l'un des points de rencontre des deux courbes. Vous constaterez que la fonction **WINDOW** est très pratique pour ajuster rapidement les échelles d'affichage.

EXEMPLE 3 (MAT-4111) : RÉOLUTION DE PROBLÈMES

Au cours d'une expérience de 120 minutes, on compare les températures de deux liquides. La température d'un liquide A est représentée par une fonction de degré 2 :

- La température initiale est de 10°C .
- La température maximale de $12,5^{\circ}\text{C}$ est atteinte après 50 minutes.

La température d'un liquide B est représentée par une fonction de degré 1 : elle est de 15°C au début de l'expérience et de 9°C à la fin de l'expérience.

Pour les deux liquides, y représente la température, en degrés Celsius, après x minutes.

- a) Après combien de minutes les températures des deux liquides sont-elles égales?
- b) Pendant combien de minutes la température du liquide A est-elle supérieure ou égale à celle du liquide B ?
- c) De combien de degrés la température des deux liquides diminue-t-elle au cours de cette période ?

SOLUTION

Ce problème reprend l'exemple 1, en version modifiée pour le cours MAT-4111. Il faut ici trouver les règles représentant l'évolution des températures des deux liquides (degré 1 et degré 2), puis trouver les points de rencontre des graphiques correspondants..

RECHERCHE DES ÉQUATIONS**Liquide B (degré 1)**

Points (0, 15) et (120, 9).

$$m = \frac{9-15}{120-0} = \frac{-6}{120} = -0,05 \quad \text{et} \quad b = 15$$

Équation : $y = -0,05x + 15$

Liquide A (degré 2)

Sommet (50; 12,5) et point (0, 10).

Équation : $y = a(x-h)^2 + k$
 $y = a(x-50)^2 + 12,5$

Point (0, 10) : $10 = a(0-50)^2 + 12,5$
 $10 = a(2500) + 12,5$
 $-2,5 = 2500a$
 $a = -0,001$

Équation : $y = -0,001(x-50)^2 + 12,5$

UTILISATION DE LA CALCULATRICE

Entrez les équations (touche **Y=**) dans votre calculatrice.

Définissez ensuite des échelles d'affichage (touche **WINDOW**) correspondant au contexte du problème.

Faites tracer les graphiques (touche **GRAPH**).

Utilisez la touche **2ND CALC**, option **5 : INTERSECT**, pour trouver les points de rencontre de la droite et de la parabole représentant les températures des deux liquides.

Au besoin, revoyez la procédure expliquée à l'exemple précédent pour trouver chaque point d'intersection.

Consultez les illustrations ci-contre pour vérifier vos résultats s'il y a lieu. Vous devriez obtenir les points d'intersection (50; 12,5) et (100, 10).

Si vous ne trouvez pas ces points, vérifiez que vous avez correctement entré les équations et que vous avez bien suivi la procédure de recherche des points d'intersection.

À partir des points d'intersection, vous pouvez maintenant répondre aux questions formulées dans le problème :

- a) Après combien de minutes les températures des deux liquides sont-elles égales ?

Elles sont égales une 1^{re} fois après 50 minutes et une 2^e fois après 100 minutes.

- b) Pendant combien de minutes la température du liquide A est-elle supérieure ou égale à celle du liquide B ?

Il suffit de calculer la différence entre les résultats de la sous-question précédente (100–50), ce qui donne 50 minutes.

- c) De combien de degrés la température des deux liquides diminue-t-elle au cours de cette période ?

Au 1^{er} point d'intersection, la température est de 12,5° C.

Au 2^e point d'intersection, la température est de 10° C.

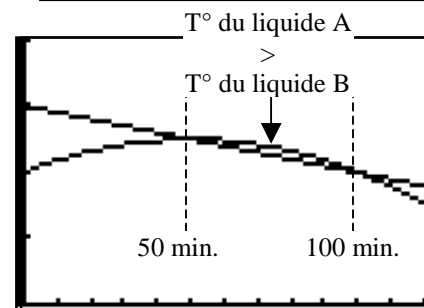
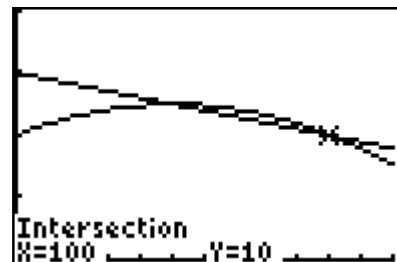
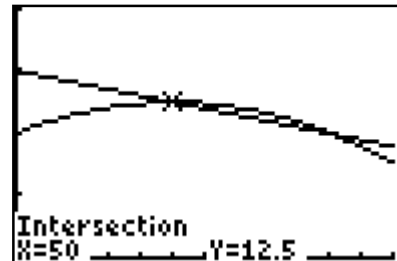
La température a donc diminué de 2,5° C.

```

Plot1 Plot2 Plot3
\Y1=-0.05X+15
\Y2=-0.001(X-50)
2+12.5
\Y3=
\Y4=
\Y5=
\Y6=
  
```

```

WINDOW
Xmin=0
Xmax=120
Xscl=10
Ymin=0
Ymax=20
Yscl=5
Xres=1
  
```



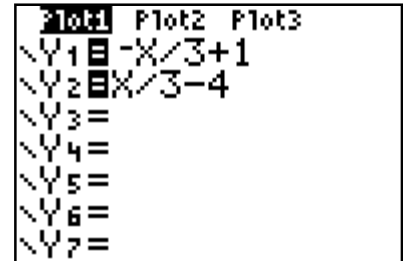
MAT-4111 : SOMME, DIFFÉRENCE ET PRODUIT DE FONCTIONS

Les fonctions f_1 et f_2 sont représentées par les règles $f_1(x) = -\frac{x}{3} + 1$ et $f_2(x) = \frac{x}{3} - 4$.

En utilisant la calculatrice, on peut représenter $f_1 + f_2$, $f_1 - f_2$ et $f_1 \cdot f_2$:

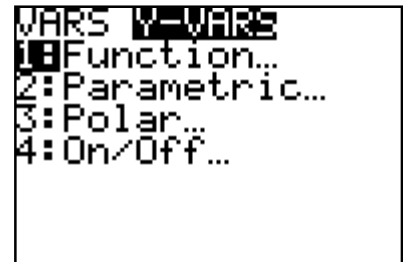
1° Sur la calculatrice, entrez l'équation de f_1 dans Y1 et l'équation de f_2 dans Y2.

Pour représenter $f_1 + f_2$, vous pouvez ensuite définir Y3 par la règle $Y3 = Y1 + Y2$. Voici comment procéder :



2° Placez le curseur vis-à-vis de **Y3=** et pressez la touche **VARs**, option **Y-VARS**.

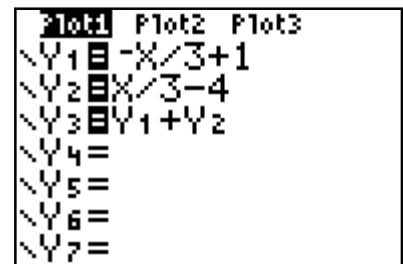
3° Sélectionnez **1 : Function** et **1 : Y1**, puis pressez **ENTER**.



4° Vous devriez maintenant voir **Y3=Y1**. Complétez cette équation en lui ajoutant **+Y2**. Pour insérer la variable Y2, procédez comme ci-dessus pour Y1.

5° Vous devriez voir finalement **Y3=Y1+Y2**.

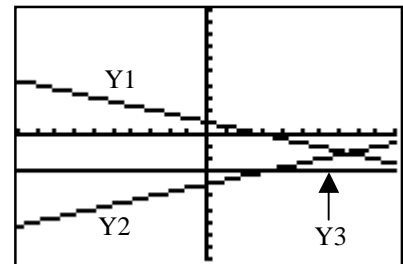
Pressez **ZOOM**, option **6 : ZStandard** et observez les graphiques de Y1, Y2 et Y3.



Vous devriez constater que **Y3** correspond à une fonction constante ($y = -3$).

Cela est dû au fait que Y1 et Y2 ont des pentes opposées. Les termes en x de Y1 et Y2 s'annulent donc lorsqu'on effectue $Y1+Y2$.

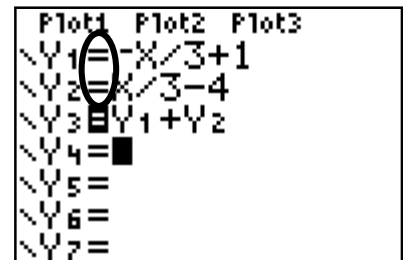
6° Pour bien voir le résultat de l'opération représentée par Y3, vous pouvez annuler l'affichage des graphiques Y1 et Y2.



Pour annuler l'affichage de Y1, pressez **Y=**, placez le curseur sur le signe **=** qui suit **Y1** et pressez **ENTER**.

Le signe **=** après Y1 n'est alors plus affiché en vidéo inversé, ce qui signifie que le graphique de Y1 ne sera pas affiché.

Répétez la même opération pour annuler l'affichage de Y2.



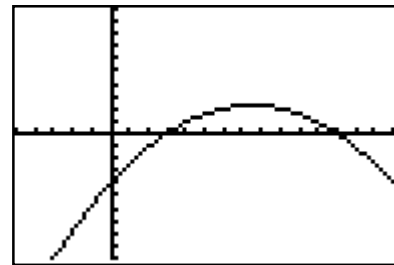
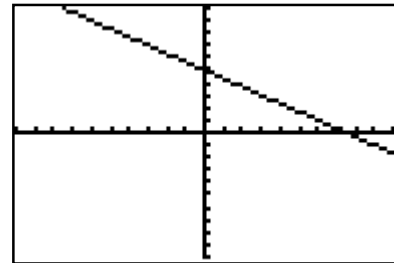
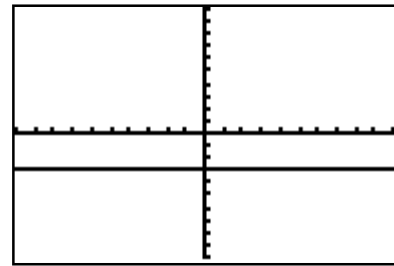
Pressez la touche **GRAPH**. Vous devriez constater que la calculatrice affiche seulement Y3, qui représente le résultat de l'opération $Y1+Y2$.

Pour faire réapparaître les graphiques de Y1 et Y2, on utilise le même procédé (placer le curseur sur le = et presser ENTER).

À titre d'exercice, reprenez ce que vous venez de voir pour afficher le graphique de $f_1 - f_2$ ($Y1-Y2$) et $f_1 \cdot f_2$ ($Y1 \times Y2$).

Pour $Y1-Y2$, vous devriez observer une fonction de degré 1, de pente égale à $-\frac{2}{3}$.

Pour $Y1 \times Y2$, vous devriez observer une parabole de concavité tournée vers le bas.

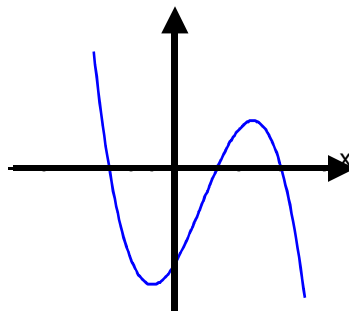


EXEMPLE 4 (MAT-4111) : OPÉRATIONS SUR LES FONCTIONS

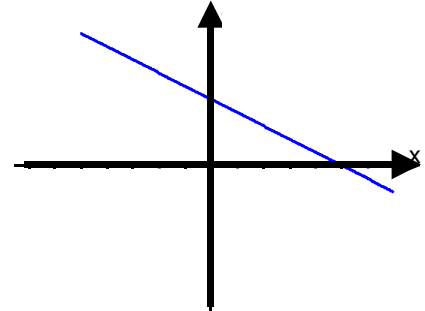
Soit les graphiques ci-contre, représentant respectivement f et $f \cdot g$:

Laquelle des règles ci-dessous peut représenter la fonction g ?

Graphique 1 : $f \cdot g$



Graphique 2 : f



A) $g(x) = \frac{x}{2} - 2,5$

B) $g(x) = -x^2 - x + 3$

C) $g(x) = \frac{x^2}{4} + 0,25x - 1,5$

D) $g(x) = \frac{1}{4}(x-4)^2 - 4$

(Exemple de stratégie : définissez une règle approximative pour f et utilisez sur la calculatrice les techniques que vous venez d'apprendre.)

CALCULATRICE GRAPHIQUE : COURS DE 5^E SECONDAIRE

La calculatrice graphique devrait surtout avoir une incidence dans les cours énumérés ci-dessous.

MAT-5101 : Optimisation I (programmation linéaire)

Résolution de problèmes d'optimisation à l'aide de systèmes d'inéquations linéaires.

MAT-5102 : Statistiques III (corrélation)

Étude de distributions statistiques à une variable : mesures de dispersion (étendue, intervalle semi-interquartile, écart moyen, écart-type) et de position (cote Z).

Étude de distributions statistiques à deux variables : tableau de distribution conjointe, nuage de points, coefficient de corrélation linéaire. Estimation, calcul et interprétation du coefficient de corrélation. Recherche et analyse de la droite de régression.

MAT-5106 à MAT-5108 : cours sur les fonctions.

La calculatrice graphique devrait permettre de libérer l'apprentissage des fastidieuses constructions crayon-papier des graphiques et développer chez l'élève les dimensions d'analyse de ces graphiques :

- plus d'insistance sur la compréhension générale des graphiques et des concepts liés à ceux-ci (effet des paramètres, domaine-image, croissance-décroissance etc.);
- étude du signe pour toutes les fonctions;
- ajout de la résolution d'équations pour toutes les fonctions;
- ajout de la résolution par les fonctions de problèmes se rapportant à des situations concrètes;
- amener l'élève à tracer rapidement une esquisse d'un graphique, pour ensuite analyser ce graphique ou résoudre un problème.

MAT-5111 : complément et synthèse II

La calculatrice graphique devrait être très utile pour les notions suivantes :

- revue et synthèse de l'ensemble des fonctions;
- opérations sur les fonctions et composition de fonctions;
- résolution graphique et algébrique d'inéquations (sans systèmes d'inéquations).
- résolution de problèmes.

DISTRIBUTIONS STATISTIQUES À DEUX CARACTÈRES
EXEMPLE 5 (MAT-5102) : CORRÉLATION ET DROITE DE RÉGRESSION

Voici une table donnant la masse, l'âge et la valeur de cholestérol chez 25 patients qui ont suivi un traitement pour diminuer les lipides sanguins.

Cholestérol (mg/ 100 ml)	Masse (kg)	Âge	Cholestérol (mg/100 ml)	Masse (kg)	Âge
354	84	46	190	73	20
405	65	52	263	70	30
451	76	57	302	69	25
288	63	28	385	72	36
402	79	57	365	75	44
209	27	24	290	89	31
346	65	52	254	57	23
395	59	60	434	69	48
220	60	34	374	79	51
308	75	50	220	82	34
311	59	46	181	67	23
274	85	37	303	55	40
244	63	30			

- Déterminez le coefficient de corrélation entre le cholestérol et la masse, puis celui entre le cholestérol et l'âge. Comparez.
- Déterminez l'équation de la droite de régression du cholestérol en fonction de l'âge. Est-il nécessaire de trouver la droite de régression liant cholestérol et masse ?
- D'après la droite de régression âge-cholestérol, quel serait le taux de cholestérol prévisible d'une personne de 50 ans?

(Source : document de mise en œuvre 068-536, cahier d'activités, page 28)

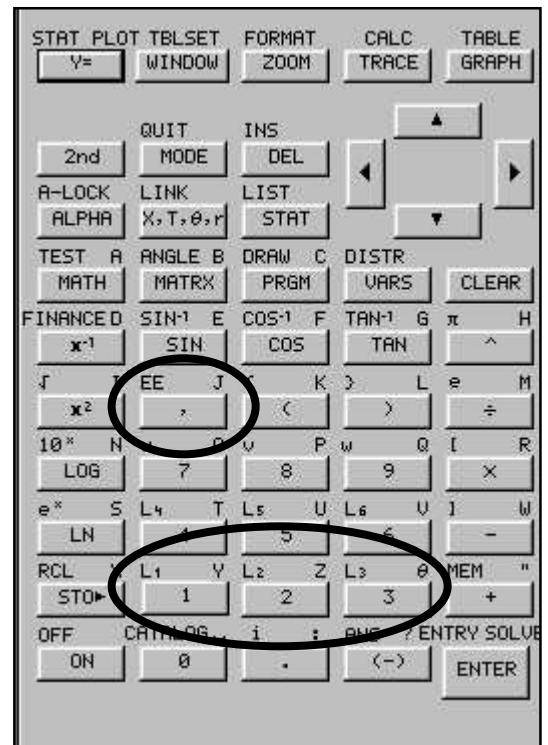
SOLUTION

ÉTAPE 1 : Effacez les listes statistiques L1 à L3.

1° Pressez la touche **STAT**, option 4 : **ClrList**.

2° La calculatrice affiche la commande **ClrList**.

3° Pour effacer L1 à L3, pressez la séquence : 2^{ND} L1 \square , 2^{ND} L2 \square , 2^{ND} L3 \square **ENTER**.



La calculatrice devrait ensuite afficher le message « Done » pour indiquer que les listes sont effacées.

ÉTAPE 2 : Entrez les données de la page précédente dans les listes L1 à L3 (L1 = cholestérol; L2 = masse; L3 = âge).

L1	L2	L3	1
354	84	46	
405	65	52	
451	76	57	
288	63	28	
402	79	57	
209	27	24	
346	65	52	
L1(1)=354			

- 1° Pressez **STAT**, option **1 : Edit**.
- 2° Entrez les données, en utilisant les touches de direction pour passer d'une donnée à l'autre.

ÉTAPE 3 : Calculez les coefficients de corrélation linéaire.

- 1° Pressez **STAT**, menu **CALC**, option **4 : LinReg(ax+b)**.
- 2° Pour calculer le coefficient de corrélation masse-cholestérol (L2-L1), pressez la séquence : 2^{ND} L2 \square , 2^{ND} L1 **ENTER**.
- 3° Procédez de la même façon pour calculer le coefficient de corrélation âge-cholestérol (L3-L1).

```

EDIT  [CALC] TESTS
1:1-Var Stats
2:2-Var Stats
3:Med-Med
4:LinReg(ax+b)
5:QuadReg
6:CubicReg
7:QuartReg
  
```

Vous devriez obtenir les résultats illustrés ci-contre.

À noter que la calculatrice trouve l'équation de la droite de régression tout en calculant le coefficient de corrélation.

```

LinReg
y=ax+b
a=1.622342724
b=199.2975017
r2=.0703806199
r=.26529346
  
```

```

LinReg
y=ax+b
a=5.320676324
b=102.5751422
r2=.7011606902
r=.8373533843
  
```

NOTE : si la calculatrice n'affiche pas le coefficient de corrélation (r^2 et r), allez dans le « CATALOG » (2^{ND} **CATALOG**, en bas/à gauche), sélectionnez la commande **DiagnosticOn**, puis pressez Enter 2 fois pour activer cette fonction.

La droite de régression du cholestérol en fonction de la masse a peu de signification. Le coefficient de corrélation est trop faible ($r = 0,2653$). Nous allons examiner seulement le lien statistique reliant le cholestérol et l'âge (L3 et L1)

ÉTAPE 4 : Tracez le graphique du cholestérol en fonction de l'âge (nuage de points.)

Effacez d'abord tous les graphiques définis sous **Y=**.
Pressez 2^{ND} et **STAT PLOT**. Allez au graphique **Plot1**.

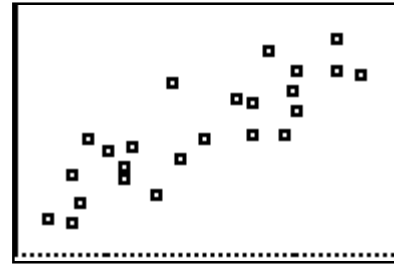
Entrez les options permettant de tracer le nuage de points reliant L3 et L1 (voir ci-contre.)

```

Plot1 Plot2 Plot3
Off Off Off
Type: [ ] [ ] [ ]
[ ] [ ] [ ]
Xlist:L3
Ylist:L1
Mark: [ ] + .
  
```

Pour afficher un graphique dont les échelles conviennent bien aux données de la présente situation, pressez **ZOOM**, option **9 ZoomStat**.

Vous devriez observer un nuage de points semblable à celui ci-contre.

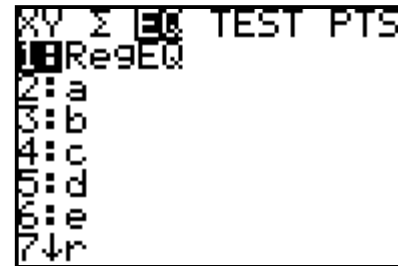


ÉTAPE 5 : Tracez la droite de régression.

1° Pressez **Y=**.

2° Pour insérer l'équation de la droite de régression qui vient d'être calculée, suivez la séquence **VAR**, **5 : Statistics**, option **EQ, 1 : RegEQ**.

3° Vous devriez maintenant l'équation de la droite de régression vis-à-vis de **Y1=**. Pressez la touche **GRAPH** pour tracer la droite de régression.



Vous devriez finalement observer un résultat semblable à celui ci-contre.

ÉTAPE 6 : Déterminez un résultat à l'aide de la droite de régression.

D'après la droite de régression âge-cholestérol, quel serait le taux de cholestérol prévisible d'une personne de 50 ans?

Pour répondre à cette question, il suffit de trouver ce que vaut **Y1** (le taux de cholestérol) sur la droite de régression si l'âge égale 50 ans, c'est-à-dire si $x = 50$:

1° Pressez **2ND CALC**.

2° Entrez 50 comme valeur de X.

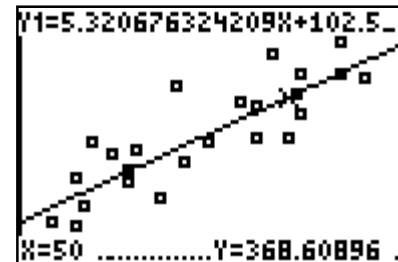
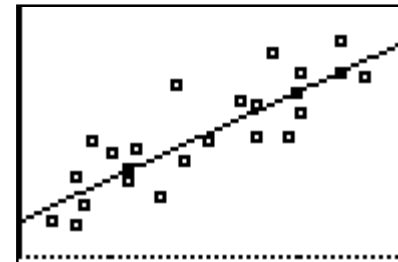
La calculatrice affiche $Y1 = 368,60896$ si $x = 50$.

D'après la droite de régression, le cholestérol prévisible pour une personne de 50 ans est donc d'environ 368,6 mg/100 ml.

ANNULER LES GRAPHIQUES STATISTIQUES

Pour éviter que les graphiques statistiques de cet exemple n'interfèrent avec les graphiques des prochains exemples, annulez-les.

Annulez les graphiques statistiques avec **2nd STATPLOT** et **PlotsOff**.



MAT-5106 : FONCTIONS RÉELLES ET ÉQUATIONS

Effet des paramètres a et b : $f(x) = a[bx]$

Pressez **WINDOW**.

Définissez les bornes d'affichage ci-contre.

Paramètre a :

Tracez : **Y1=int(x)**
Y2=2int(x)

```

WINDOW
Xmin=-5
Xmax=5
Xscl=1
Ymin=-5
Ymax=5
Yscl=1
Xres=1

```

Consultez la table de valeurs

(exemple : à partir de $x = 0$, par pas de 0,1.)

Tracez : **Y1=int(x)**
Y2=0.5int(x)

Consultez la table de valeurs.

Tracez les deux graphiques un à un et transcrivez-les sur une feuille de papier quadrillé.

Observation : pour une même abscisse, l'ordonnée est multipliée par a.

Paramètre b :

Tracez : **Y1=int(x)**
Y2=int(2x)

Consultez la table de valeurs.

Tracez : **Y1=int(x)**
Y2=int(0.5x)

Consultez la table de valeurs.

Tracez les deux graphiques un à un et transcrivez-les sur une feuille de papier quadrillé.

Observation :

pour une même ordonnée, la longueur des « marches » est divisée par b.

Exercez-vous à observer l'effet des paramètres h et k avec une autre fonction.

Ex. : $f(x) = |x - h| + k$

Tracez $Y1=abs(x)$
 $Y2=abs(x-3)$
 $Y3=abs(x+2)$

Comparez les graphiques. Calculez les valeurs de h dans chaque cas.

Le paramètre h produit une translation horizontale sur le graphique.

Effacez les équations.

Tracez $Y1 =abs(x)$
 $Y2=abs(x)-3$
 $Y3=abs(x)+2$

Comparez les graphiques. Calculez les valeurs de k dans chaque cas.

Le paramètre k produit une translation verticale sur le graphique.

Effacez les équations.

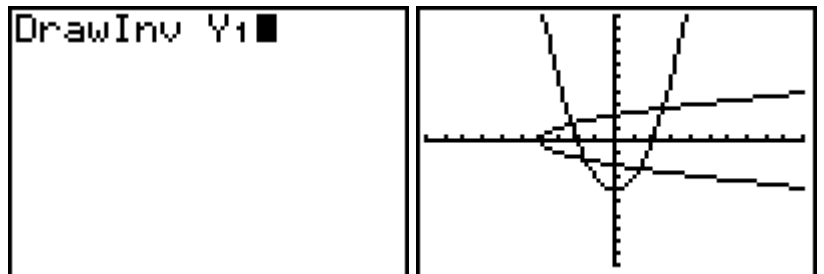
Tracez $Y1=abs(x)$
 $Y2=abs(x+2)-3$

Comparez les graphiques. Calculez les valeurs de h et k dans chaque cas.

Les paramètres h et k combinés produisent à la fois une translation horizontale et une translation verticale sur le graphique.

TRACER LE GRAPHIQUE D'UNE RÉCIPROQUE : DRAWINV

Entrez $Y1=x^2 - 4$.
 Pressez **2nd DRAW**.
 Choisissez **8 : DrawInv**
 Allez à **VARs Y-Vars Function Y1**.
 Pressez **Enter** pour tracer le graphique de $Y1$ et de sa réciproque.



EXEMPLE 6 (MAT-5106) : ÉTUDE D'UNE FONCTION RATIONNELLE

Soit la fonction $f(x) = \frac{1}{x-2} + 1$.

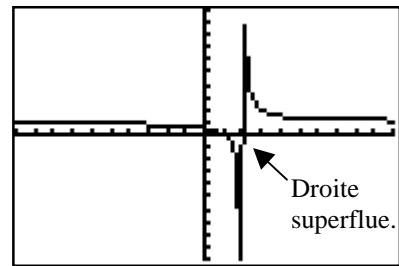
- a) Cette fonction est-elle croissante ou décroissante sur l'intervalle $]1,2[$?
Justifiez votre réponse à l'aide du graphique.
- b) Cette fonction est-elle positive ou négative sur l'intervalle $]1,2[$?
Justifiez votre réponse à l'aide du graphique.

ATTENTION :

- 1° Encadrez de parenthèses le dénominateur « $x-2$ » dans l'équation.
C'est-à-dire tapez : $Y1=1/(X-2)+1$, et non $Y1=1/X-2+1$.

Avec $Y1=1/X-2+1$, la calculatrice trace plutôt $f(x) = \frac{1}{x} - 2 + 1$, soit $f(x) = \frac{1}{x} - 1$.

- 2° En mode **Connected**, vous devriez constater que la calculatrice relie les deux branches du graphique par une droite superflue. Si vous voulez faire disparaître cette droite, passez en mode **DOT** (touche **MODE**). Ce mode donne une graphique très incomplet à mesure que le taux de variation change de plus en plus rapidement.

**Tracer le graphique d'une fonction trigonométrique : ZOOM Ztrig**

Effacez toutes les équations.

À l'aide de **WINDOW**, faites varier les échelles de x et y de -5 à 5 par pas de 1 .
Tracez le graphique de $Y1=\sin(x)$.

Le graphique obtenu est correct, mais l'échelle n'est pas idéale pour la fonction sinus.

Pressez la touche **ZOOM**, puis choisissez **7 Ztrig**. Vous devriez voir un graphique dont l'échelle horizontale s'ajuste automatiquement en multiples de $\pi/2$.

Essayez aussi de tracer le graphique des fonctions cosinus et tangente.

Pour la fonction tangente, comparez le même graphique en mode **Connected** et en mode **Dot** (touche **MODE**). Vous devriez faire les mêmes constatations que celles faites ci-dessus pour la fonction rationnelle.

NOTE : La touche **MODE** permet aussi de placer la calculatrice en mode **Radian** (mode par défaut) ou **Degré**.

EXEMPLE 7 (MAT-5108) : FONCTIONS SINUSOÏDALES

Un pendule oscille entre deux positions situées de part et d'autre à égale distance de son point de départ. Le mouvement du pendule est décrit par la règle :

$$p(t) = 3 \sin(4\pi(t - 0,25)),$$

où $p(t)$ donne en cm la position du pendule après t secondes.

1° Entrez l'équation dans la calculatrice (touche **Y=**), comme ci-contre :

```

Plot1 Plot2 Plot3
\Y1=3sin(4π(X-0.
25))
\Y2=
\Y3=
\Y4=
\Y5=
\Y6=

```

2° Définissez des échelles (touche **WINDOW**) appropriées pour ce problème (voir ci-dessous).

Notez bien que l'échelle horizontale est en secondes, alors que l'échelle verticale est en cm.

```

WINDOW
Xmin=0
Xmax=1
Xscl=.125
Ymin=-5
Ymax=5
Yscl=1
Xres=1

```

3° Répondez aux questions suivantes :

- Quelle est l'amplitude du mouvement du pendule ?
- Quelle est sa période ?
- Quelle est sa fréquence (en cycles/seconde) ?
- Quel est son déphasage ?
- Quelle est la position du pendule après 0,8 seconde ?
- À partir de sa position de départ, après combien de secondes le pendule atteint-il une première fois la position +2 cm ?

Le cours « Complément et synthèse II » inclut des objectifs concernant la composition de fonctions et les opérations sur celles-ci. Voici maintenant deux exemples à ce sujet.

EXEMPLE 8 (MAT-5111) : COMPOSITION DE FONCTIONS

Soit les fonctions $f(x) = 2^x$ et $g(x) = x+3$.

À l'aide de la calculatrice graphique, comparez les composées $f \circ g$ et $g \circ f$.

En ajustant les échelles au besoin, tracez : $Y1=2^x$
 $Y2=x+3$.

Pour afficher dans $Y3$ la composée $f \circ g = Y1 \circ Y2 = Y1(Y2)$:

Allez à $Y3 =$.

Pressez **VAR**.

Choisissez **Y-VARS** et **1 : Function**.

Choisissez **Y1** et pressez **Enter**.

Complétez l'entrée de l'équation de façon à obtenir $Y3=Y1(Y2)$ (insérez **Y2** en utilisant la touche **VAR** comme ci-dessus.)

```

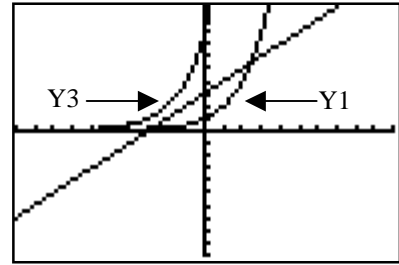
Plot1 Plot2 Plot3
\Y1=2^X
\Y2=X+3
\Y3=Y1(Y2)
\Y4=
\Y5=
\Y6=
\Y7=

```


Pressez **GRAPH** pour réafficher les graphiques.
 Observez bien le résultat :

Le graphique Y3 représente 2^{Y2} (au lieu de 2^x),
 c'est-à-dire de $f \circ g(x) = 2^{x+3}$.

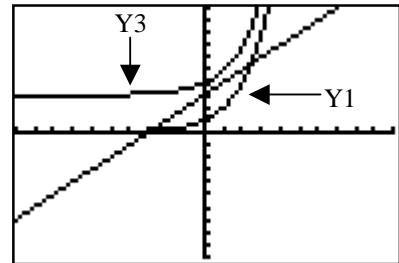
Par rapport à Y1, Y3 est translaté de 3 unités vers la gauche :
 par exemple, Y3 passe par (-3,1) alors que Y1 passe par (0,1).



Répétez l'opération pour afficher dans Y3 la composée $g \circ f = Y2 \circ Y1 = Y2(Y1)$.

Ici, le graphique Y3 représente $Y1+3$ (au lieu de $x+3$),
 c'est-à-dire de $g \circ f(x) = 2^x + 3$.

Par rapport à Y1, Y3 est translaté de 3 unités vers le haut :
 par exemple, Y3 passe par (0,4) alors que Y1 passe par (0,1).



Pour les opérations et compositions, toutes les fonctions étudiées en 5^e secondaire sont au programme du cours Complément et synthèse II. Il y a cependant lieu de se limiter aux cas présentant un intérêt quant aux résultats à observer, comme ci-dessus, où on obtient une translation verticale ou horizontale selon l'ordre de composition des fonctions.

Voici un autre exemple similaire faisant appel à une opération sur les fonctions.

EXEMPLE 9 (MAT-5111) : OPÉRATIONS SUR LES FONCTIONS

Effacez toutes les équations et redéfinissez des échelles standard (touche **ZOOM** et **6 : Zstandard**).

Tracez: **Y1=abs(x+1)**
Y2=abs(x-3)
Y3=Y1×Y2

Qu'y a-t-il d'intéressant à observer en rapport avec le graphique résultant de cette opération ?

Le cours « Complément et synthèse II » comporte des objectifs sur la résolution d'inéquations, que nous étudierons dans un dernier exemple.

EXEMPLE 10 (MAT-5111) : RÉOLUTION D'UNE INÉQUATION

Résolvez algébriquement l'inéquation: $2\sqrt{x+3}+1 < 10$

Vérifiez votre résultat à l'aide de la calculatrice.

CORRIGÉ

EXEMPLE 2

Points d'intersection : (2; -2,75) et (-9,5; 210)

EXEMPLE 4

Réponse C

Exemple de stratégie sur la calculatrice :

Équation approximative de f : $f(x) = -\frac{x}{2} + 3$.

Entrez cette équation dans **Y1**.

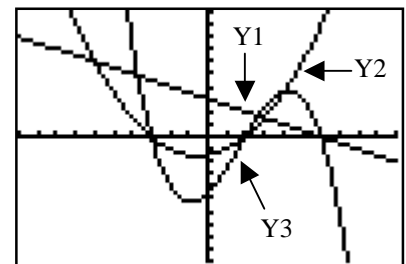
Entrez tour à tour l'équation de chaque choix possible de réponse dans **Y2**.

Entrez $Y3=Y1 \times Y2$.

Vérifiez quel est le choix entré dans **Y2** qui donne pour **Y3** un graphique semblable à celui de $f \cdot g$. Vous devriez ainsi identifier le choix C.

```

Plot1 Plot2 Plot3
Y1 [-]X/2+3
Y2 [X^2]/4+0.25X-1
Y3 [Y1]*Y2
Y4 [=]
Y5 [=]
Y6 [=]
  
```



Vous pouvez aussi procéder par élimination en traçant seulement chacun des choix de réponses, tour à tour :

1° Le choix A, de degré 1, est à rejeter, car $f \cdot g$ est de degré 3.

2° Puisque l'ordonnée à l'origine de f est positive et que celle de $f \cdot g$ est négative, l'ordonnée à l'origine de g doit être négative. Seule la fonction C répond à ce critère.

EXEMPLE 6

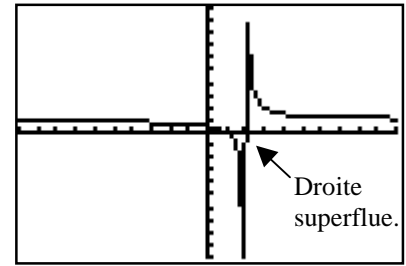
- a) La fonction f est décroissante sur la totalité de son domaine, soit $-\infty, 2[\cup]2, +\infty$.

f est donc décroissante sur $]1, 2[$.

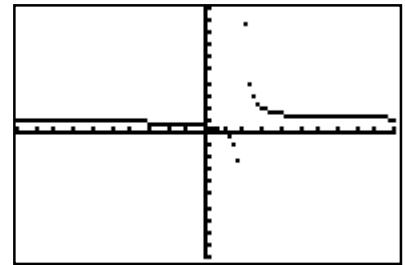
- b) $x=1$ est un zéro de la fonction (utilisez **2ND CALC VALUE** ou **2ND CALC ZERO**) et $f(x)$ est négative pour tout $x < 2$ (la droite $x = 2$ est une asymptote de f .)

f est donc négative sur l'intervalle $]1, 2[$.

Mode **Connected**.



Mode **Dot**.

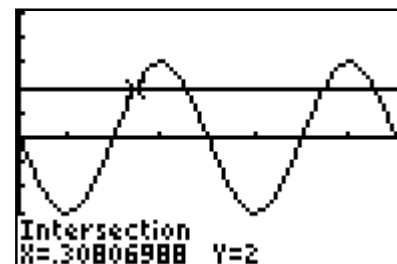
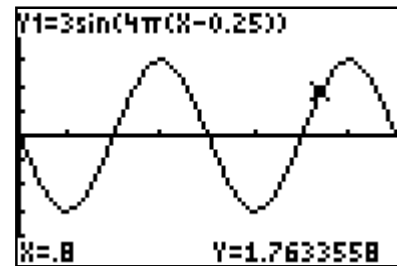
**EXEMPLE 7**

Échelle, axe des x : $1 \triangleq 0,125$ sec.

Échelle, axe des y : $1 \triangleq 1$ cm

- 3 cm
- 0,5 sec.
- 2 cycles / sec.
- 0,25 sec.
- Environ 1,76 cm (voir figure du haut ci-contre.)

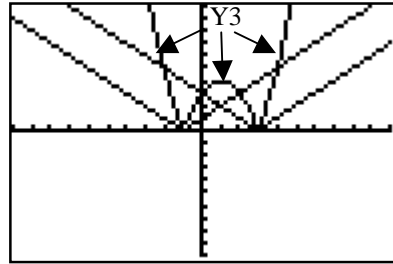
Pour la sous-question f, tracer **Y2=2**, puis utiliser **2ND CALC INTERSECT** pour calculer le 1^{er} point d'intersection de Y1 et Y2 (voir figure du bas ci-contre) :



- Après environ 0,31 sec.

EXEMPLE 9

La fonction $Y3=Y1 \times Y2$ est une parabole dont les points d'ordonnée négative subissent une réflexion par rapport à l'axe des x (partie située entre $x = -1$ et $x = 3$ ci-contre.)



Si on excluait les valeurs absolues des équations de $Y1$ et $Y2$, on obtiendrait $Y1 = x + 1$, $Y2 = x - 3$ et un produit $Y1 \times Y2 = x^2 - 2x - 3$.

En conservant les valeurs absolues, le produit $Y1 \times Y2$ donne cette parabole, dans laquelle les ordonnées négatives deviennent positives, du fait que le résultat d'une valeur absolue est toujours positif.

EXEMPLE 10

Solution algébrique :

1° Domaine de définition : $x + 3 \geq 0$
 $x \geq -3$

2° Résolution de l'équation : $2\sqrt{x+3} + 1 < 10$
 $2\sqrt{x+3} < 9$
 $\sqrt{x+3} < \frac{9}{2}$ ou $\sqrt{x+3} < 4,5$
D'où : $x + 3 < 20,25$
 $x < 17,25$

3° Ensemble solution : $[-3 ; 17,25 [$

Solution sur la calculatrice graphique :

1° Définir les équations.	2° Définir les échelles.	3° Utiliser 2 ND CALC INTERSECT
<pre> Plot1 Plot2 Plot3 \Y1=2√(X+3)+1 \Y2=10 \Y3= \Y4= \Y5= \Y6= \Y7= </pre>	<pre> WINDOW Xmin=-5 Xmax=25 Xscl=1 Ymin=-5 Ymax=15 Yscl=1 Xres=1 </pre>	