ANNEXE

ÉNONCÉS GÉOMÉTRIQUES UTILES POUR LE COURS MAT-4111-2

PREMIÈRE PARTIE : ÉNONCÉS EXTRAITS DES COURS ANTÉRIEURS (N^{os} 1 à 35)

ANGLES

1. Des angles adjacents qui ont leurs côtés extérieurs en ligne droite sont supplémentaires.
2. Les angles opposés par le sommet sont congrus.
3. Si une sécante coupe deux droites parallèles, alors :
   a) les angles alternes-internes sont congrus;
   b) les angles alternes-externes sont congrus;
   c) les angles correspondants sont congrus.
4. Si deux angles correspondants (ou alternes-internes ou alternes-externes) sont congrus, alors ils sont formés par des droites parallèles coupées par une sécante.

TRIANGLES

5. La somme des mesures des angles intérieurs d'un triangle est de 180°.
6. Dans tout triangle, au plus grand angle est opposé le plus grand côté.
7. Dans tout triangle isocèle, les angles opposés aux côtés congrus sont congrus.
8. Dans tout triangle équilatéral, les angles mesurent 60°.
9. Dans tout triangle isocèle, la médiatrice du côté adjacent aux angles congrus est la bissectrice, la médiane et la hauteur issues de l'angle opposé à ce côté.
10. Dans tout triangle rectangle, les angles aigus sont complémentaires.
11. Dans tout triangle rectangle isocèle, chacun des angles aigus mesure 45°.
12. Dans un triangle rectangle, le carré de la mesure de l'hypoténuse égale la somme des carrés des mesures des autres côtés (théorème de Pythagore).
13. Si un triangle est tel que le carré de la mesure d'un côté est égal à la somme des carrés des mesures des autres, il est rectangle.
14. Dans un triangle rectangle, la mesure du côté opposé à un angle de 30° est égale à la moitié de celle de l'hypoténuse.
15. Deux triangles qui ont tous leurs côtés homologues congrus sont isométriques.
16. Deux triangles qui ont un angle congru compris entre des côtés homologues congrus sont isométriques.
17. Deux triangles qui ont un côté congru compris entre des angles homologues congrus sont isométriques.
18. Deux triangles qui ont deux angles homologues congrus sont semblables.
19. Deux triangles dont les mesures des côtés homologues sont proportionnelles sont semblables.
20. Deux triangles possédant un angle congru compris entre des côtés homologues de longueurs proportionnelles sont semblables.

21. Dans un triangle rectangle, le sinus d'un angle aigu est égal au rapport obtenu en divisant la mesure du côté opposé à cet angle par la mesure de l'hypoténuse :

$\sin A = \frac{a}{c}$, dans lequel a est la mesure du côté opposé à l'angle A

et c est la mesure de l'hypoténuse.

22. Dans un triangle rectangle, le cosinus d'un angle aigu est égal au rapport obtenu en divisant la mesure du côté adjacent à cet angle par la mesure de l'hypoténuse :

$\cos A = \frac{b}{c}$, dans lequel b est la mesure du côté adjacent à l'angle A

et c est la mesure de l'hypoténuse.

23. Dans un triangle rectangle, la tangente d'un angle aigu est égale au rapport obtenu en divisant la mesure du côté opposé à cet angle par la mesure du côté adjacent à celui-ci :

$\tan A = \frac{a}{b}$, dans lequel a est la mesure du côté opposé à l'angle A

et b est la mesure du côté adjacent à l'angle A.

24. Les mesures des côtés d'un triangle quelconque sont proportionnelles aux sinus des angles opposés à ces côtés (loi des sinus) :

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

25. Le carré de la longueur d'un côté d'un triangle quelconque est égal à la somme des carrés des longueurs des autres côtés, moins le double du produit des longueurs des deux autres côtés par le cosinus de l'angle compris (loi des cosinus) :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \bullet \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \bullet \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \bullet \cos C$$

QUADRILATÈRES

26. Les angles opposés d'un parallélogramme sont congrus.
27. Les côtés opposés d'un parallélogramme sont congrus.
28. Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu.
29. Les diagonales d'un rectangle sont congrues.
30. Les diagonales d'un losange sont perpendiculaires.

CERCLES ET DISQUES

31. Tous les diamètres d'un cercle sont congrus.
32. Dans un cercle, la mesure d'un diamètre est égale au double de celle du rayon.
33. Dans un cercle, les axes de symétrie passent par le centre.
34. Dans un cercle, le rapport entre la circonférence et le diamètre est une constante que l'on représente par π : $C = \pi d$ ou $C = 2\pi r$, dans lequel C est la circonférence, d est le diamètre et r est le rayon.
35. L'aire d'un disque est égale à πr^2 : $A = \pi r^2$, dans lequel A est l'aire et r est le rayon.

DEUXIÈME PARTIE : ÉNONCÉS PARTICULIERS À CE COURS (N^{os} 36 à 55)

ISOMÉTRIES ET FIGURES ISOMÉTRIQUES

36. Une transformation isométrique conserve la colinéarité, le parallélisme, l'ordre des points, les distances et les mesures des angles. Les translations et les rotations conservent en plus l'orientation du plan.
37. Toute translation transforme une droite en une droite parallèle.
38. Des figures planes ou des solides sont isométriques si et seulement s'il existe une isométrie qui associe une figure à l'autre.
39. Dans les figures planes ou solides isométriques, les éléments suivants ont la même mesure :
    a) les segments et angles homologues;
    b) les périmètres;
    c) les aires;
    d) les volumes.
40. Tout point de la médiatrice d'un segment est situé à égale distance des deux extrémités de ce segment.
41. Tout point de la bissectrice d'un angle est situé à égale distance des côtés de cet angle.
42. Dans tout triangle rectangle, la mesure de la médiane relative à l'hypoténuse est égale à la demi-mesure de l'hypoténuse[*].
43. Dans tout triangle, les trois médiatrices concourent en un même point équidistant des trois sommets.
44. Dans un polygone convexe, les diagonales issues d'un sommet divisent ce polygone en autant de triangles qu'il y a de côtés moins deux.
45. La somme des mesures des angles intérieurs d'un polygone est égale à autant de fois 180° qu'il a de côtés moins deux.
46. La somme des mesures des angles extérieurs d'un polygone convexe est égale à 360°.

SIMILITUDES ET FIGURES SEMBLABLES

47. Toute transformation homothétique conserve la colinéarité, le parallélisme, l'ordre des points, l'orientation du plan, les mesures des angles et le rapport des distances.
48. Toute homothétie transforme une droite en une droite parallèle.
49. Des figures planes ou des solides sont semblables si et seulement s'il existe une similitude qui associe une figure à l'autre.
50. Dans des figures planes ou des solides semblables :
    a) le rapport entre les mesures de segments homologues est égal au rapport de similitude;
    b) le rapport entre les mesures d'angles homologues est de 1;
    c) le rapport entre les aires est égal au carré du rapport de similitude;
    d) le rapport entre les volumes est égal au cube du rapport de similitude.
51. Des figures planes ou des solides dont le rapport de similitude est de 1 sont isométriques.
52. Toute droite sécante à deux côtés d'un triangle et parallèle au troisième côté forme un petit triangle semblable au grand.

[*] La démonstration de cet énoncé fait aussi intervenir un cas de similitude des triangles.

53. Des sécantes, coupées par des parallèles, sont partagées en segments de longueurs proportionnelles.
54. Le segment de droite qui joint le milieu de deux côtés d'un triangle est parallèle au troisième côté et sa mesure est la moitié de celle du troisième côté.
55. Dans tout triangle, les trois médianes concourent en un même point situé aux deux tiers de chacune à partir du sommet.