Révision des préalables en Mathématique

MAT 2101-3
Modélisation algébrique

- Ce document vous permettra de réviser certaines notions mathématiques préalables au cours MAT-2101-3

- Il comprend plusieurs sections; suite à l'analyse du test diagnostique, une ou plusieurs sections seront à faire avant de commencer le cours

Section 7:
La résolution de problèmes et le raisonnement proportionnel et inversement proportionnel

No de fiche _____

Nom et prénom _____

Date de naissance _____

Date de l'évaluation _____

Section 7 : La résolution de problèmes et le raisonnement proportionnel et inversement proportionnel

CALCULER AVEC LA RÈGLE DE TROIS SIMPLE

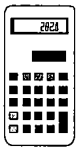
Un vendeur de sapins de Noël coupe 40 sapins en 4 heures. Combien en coupera-t-il en 6 heures ?

Pour résoudre un problème avec la règle de trois, **il faut toujours passer par 1.**

- **Les données :**
  Si en 4 heures, il coupe 40 sapins
  en 1 heure, il coupe ? sapins.
- **Solution :**
  Il faut décider si l'opération à effectuer est une division ou une multiplication. Posez-vous la question suivante : Coupera-t-il plus ou moins de sapins en 1 heure ?

  Il coupera **moins** de sapins en 1 heure car il a **4 fois moins** de temps.

  Vous avez répondu **4 fois moins**, alors vous **divisez par 4**.



- **Calcul :**
  40 sapins ÷ **4** = 10 sapins en une heure.
- **Données :**
  Si en 1 heure, il coupe 10 sapins
  en 6 heures, il coupe ? sapins.
- **Solution :**
  Faut-il diviser ou multiplier ? Posez-vous la question :
  « Coupera-t-il plus ou moins de sapins en 6 heures ? »

  Il coupera **plus** de sapins, car il a **6 fois plus** de temps.

  Vous avez répondu 6 fois plus, alors vous **multipliez par 6**.

- **Calcul :**
  10 **x 6** = 60 sapins en 6 heures.

Julie Biron (CSCV), Lisette Barbe (CSHBO), Gilles Coulombe (CSPO)

Le tableau suivant présente toutes les étapes en abrégé. Notez qu'il faut remplir une rangée complète (de gauche à droite) avant de compléter la seconde.

DONNÉES	SOLUTION	CALCULS
Si 4 h ⇒ 40 sapins 1 h ⇒ ? sapins	1 h = 4 fois moins ou 4 fois plus de sapins ?	40 sapins ÷ 4 = 10 sapins
Si 1 h ⇒ 10 sapins 6 h ⇒ ? sapins	6 h = 6 fois moins ou 6 fois plus de sapins ?	10 sapins x 6 = 60 sapins

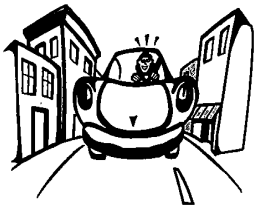
Réponse : 60 sapins

EXERCICE 1

Complétez le tableau afin de résoudre les problèmes.

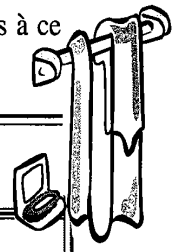
a) Louise parcourt 160 kilomètres en 2 heures. Quelle distance parcourra-t-elle en 5 heures ?

DONNÉES	SOLUTION	CALCULS
Si 2 h ⇒ 160 km 1 h ⇒ ? km	1 h = 2 fois plus ou 2 fois moins ?	160 km ☐ 2 = ____ km
Si 1 h ⇒ ___ km 5 h ⇒ ? km	5 h = 5 fois plus ou 5 fois moins ?	___ km ☐ 5 = ____ km



Réponse : ____ km

b) Les débarbouillettes se vendent 7 pour 5,25 $. Combien coûteraient 25 débarbouillettes à ce prix ?



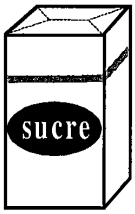
DONNÉES	SOLUTION	CALCULS
Si 7 déb. ⇒ 5,25 $ 1 déb. ⇒ ? $	1 déb. = 7 fois plus ou 7 fois moins ?	5,25 $ ☐ 7 = _____ $
Si 1 déb. ⇒ ___ $ 25 déb. ⇒ ? $	25 déb. = 25 fois plus ou 25 fois moins ?	___ $ ☐ 25 = _____ $

Réponse : _____ $

c) Madame Dupont a acheté 10 kilogrammes de sucre pour 4,95 $. Combien doit-elle demander à une voisine qui veut lui en acheter 3 kilogrammes ?

DONNÉES	SOLUTION	CALCULS
Si 10 kg ⇒ 4,95 $ 1 kg ⇒ ? $	1 kg = 10 fois plus ou 10 fois moins ?	4,95 $ ☐ 10 = _____ $
Si _____ $ _____ $	_____ ou _____ ?	_____

Réponse : _____ $



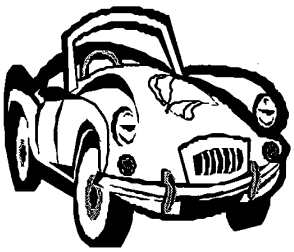
d) Claude a reçu 322,80 $ pour une semaine de 40 heures de travail. Au même salaire horaire, quel serait son traitement hebdomadaire s'il travaillait 8 heures de plus ?

DONNÉES	SOLUTION	CALCULS
Si _____ _____	_____ ou _____ ?	_____
Si 1 h ⇒ ___ $ 48 h ⇒ ? $	48 h = 48 fois plus ou 48 fois moins ?	___ $ x 48 = _____ $

Réponse : _____ $

e) Gilles a utilisé les 15 litres contenus dans son réservoir d'essence pour parcourir 280 kilomètres. Combien de kilomètres peut-il espérer parcourir avec 5 litres d'essence ?

DONNÉES	SOLUTION	CALCULS
Si _____ _____	_____ ou _____ ?	_____
Si _____ _____	_____ ou _____ ?	_____



Réponse : _____

CALCULER AVEC LA RÈGLE DE TROIS INVERSE

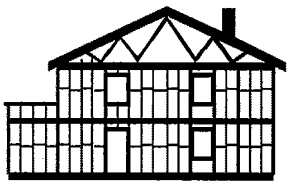
QUESTIONS :

Dans les 5 problèmes de l'exercice précédent, lorsqu'on **augmentait une catégorie de données**, est-ce que l'autre catégorie augmentait ou diminuait ? _____

Lorsqu'on **diminuait une catégorie de données**, est-ce que l'autre catégorie augmentait ou diminuait ? _____

Avec l'exemple qui suit, ce ne sera pas le cas !

Exemple :



Trois ouvriers ont pris 30 jours pour construire une maison. Combien de jours auraient pris 5 ouvriers pour bâtir la même maison dans les mêmes conditions ?

DONNÉES	SOLUTION	CALCULS
Si 3 ouvriers ⇒ 30 jours 1 ouvrier ⇒ ? jours	1 ouvrier = 3 fois plus ou 3 fois moins de temps ?	30 jours $\boxed{\times}$ 3 = 90 jours
Si 1 ouvrier ⇒ 90 jours 5 ouvriers ⇒ ? jours	5 ouvriers = 5 fois plus ou 5 fois moins de temps ?	90 jours $\boxed{\div}$ 5 = 18 jours

Réponse : 18 jours

NOTE :

*Le nombre d'ouvriers a **augmenté** tandis que le nombre de jours a **diminué**. C'est ce qu'on appelle une règle de trois inverse.*

EXERCICE 2

Soulignez les 3 données puis complétez les tableaux afin de résoudre les problèmes suivants :

a) Un midi, mon fils et moi avons pris 45 minutes pour laver la vaisselle. Si nous avions été trois à laver la même vaisselle, combien de temps aurions-nous pris ?

DONNÉES	SOLUTION	CALCULS
Si 2 pers. ⇒ 45 min 1 pers. ⇒ ? min	1 pers. = 2 fois plus ou 2 fois moins de temps ?	45 min ☐ 2 = _____ min
Si 1 pers. ⇒ ___ min 3 pers. ⇒ ? min	3 pers. = 3 fois plus ou 3 fois moins de temps ?	___ min ☐ 3 = _____ min

Réponse : _____ minutes

b) Quatre employés ont préparé le terrain et installé du pavé uni, le tout en 18 heures. Combien faudrait-il d'employés pour faire le même travail en 9 heures ?

DONNÉES	SOLUTION	CALCULS
Si 18 h ⇒ 4 employés 1 h ⇒ ? employés	1 h = 18 fois plus ou 18 fois moins d'employés ?	4 employés ☐ 18 = ___ employés
Si 1 h ⇒ ___ employés 9 h ⇒ ? employés	9 h = 9 fois plus ou 9 fois moins d'employés ?	___ employés ☐ 9 = ___ employés

Réponse : _____ employés

Julie Biron (CSCV), Lisette Barbe (CSHBO), Gilles Coulombe (CSPO)

c) Après une tempête de neige, la Ville de Montréal a employé 1200 hommes pendant 3 jours pour déblayer les rues. Combien aurait-il fallu d'hommes pour le même travail en 2 jours ?

DONNÉES	SOLUTION	CALCULS
Si 3 jours ⇒ 1200 hommes 1 jour ⇒ ? hommes	1 jour = 3 fois plus ou 3 fois moins d'hommes ?	1200 ☐ 3 = __ hommes
Si 1 jour ⇒ ___ hommes 2 jours ⇒ ? hommes	2 jours = 2 fois plus ou 2 fois moins d'hommes ?	__ hommes ☐ 2 = __ hommes

Réponse : _____ hommes

d) Pour paver la moitié d'un pont, 7 hommes ont pris 28 heures. Si trois d'entre eux sont remerciés, en combien de temps l'autre moitié du pont sera-t-elle terminée ?

DONNÉES	SOLUTION	CALCULS
Si 7 hommes ⇒ 28 h 1 homme ⇒ ? h	1 homme = 7 fois moins ou 7 fois plus de temps ?	28 h ☐ 7 = _____ h
Si _____ _____	_____ ou _____ ?	_____

Réponse : _____

Julie Biron (CSCV), Lisette Barbe (CSHBO), Gilles Coulombe (CSPO)

e) Luc vient de s'acheter une piscine qui contient 45 000 litres d'eau. Un ami lui a dit que s'il pouvait se brancher sur 3 robinets, il remplirait sa piscine en 8 heures. Avec la collaboration de ses voisins, il pense pouvoir se brancher sur 4 robinets. Combien de temps lui faudra-t-il pour remplir sa piscine ?

DONNÉES	SOLUTION	CALCULS
Si _____ _____	_____ ou _____ ?	_____
Si _____ _____	_____ ou _____ ?	_____

Réponse : _____

f) Lors d'une tempête de neige, un camionneur a roulé à 72 km / h pendant 6 heures et quart (6,25 h) pour faire le trajet Montréal-Chicoutimi. Aujourd'hui, il fait beau et il roule à 90 km / h. En combien de temps devrait-il faire le trajet normalement ?

DONNÉES	SOLUTION	CALCULS
Si _____ _____	_____ ou _____ ?	_____
Si _____ _____	_____ ou _____ ?	_____

Réponse : _____

Julie Biron (CSCV), Lisette Barbe (CSHBO), Gilles Coulombe (CSPO)

LA RÈGLE DE TROIS SIMPLE : DES CAS PARTICULIERS

1er cas : Une partie du calcul s'effectue avec des fractions.

Exemple : **On peut servir 20 personnes avec 4 pains de sandwichs. Combien faudrait-il de pains pour servir 140 personnes ?**

❖ **Les données :**
Si 20 personnes mangent 4 pains
1 personne mange ? pains.

❖ **Solution :**
Il faut décider si l'opération à effectuer est une division ou une multiplication. Posez-vous cette question :

1 personne mangera-t-elle plus ou moins de pain ?

Elle mangera **moins** de pains, c'est-à-dire **20 fois moins**.

Vous avez répondu **20 fois moins**, alors vous **divisez par 20**.

❖ **Calcul :**
4 pains ÷ **20** = 0,2 pain ou $\frac{1}{5}$ pain.

❖ **Données :**
Si 1 personne mange 0,2 pain ($\frac{1}{5}$)
140 personnes mangent ? pains.

❖ **Solution :**
Pour savoir s'il faut diviser ou multiplier, demandez-vous :
« 140 personnes mangeront-elles plus ou moins de pains ? »

Elles mangeront plus de pains, c'est-à-dire 140 fois plus.
Il faut donc **multiplier par 140**.

❖ **Calcul :**
0,2 pain **x 140** = 20 pains ou $\frac{1}{5}$ x 140 = $\frac{140}{5}$ = 28 pains.

EXERCICE 3

Pour vérifier si vous avez bien saisi l'explication précédente, complétez le tableau suivant.

DONNÉES	SOLUTION	CALCULS
Si 20 pers. = 4 pains _____	_____ ou _____ ?	_____
Si _____ _____	_____ ou _____ ?	_____

EXERCICE 4

Soulignez les 3 données importantes puis complétez le tableau afin de résoudre les problèmes suivants.

a) L'auto de Stéphane fait 20 km avec 1 ℓ d'essence. Demain, il doit se rendre à Québec, ce qui représente 120 km. Combien de litres d'essence sa voiture consommera-t-elle durant ce voyage ?

DONNÉES	SOLUTION	CALCULS
Si 20 km = 1 ℓ essence 1 km = ? ℓ essence	1 km = 20 fois plus ou 20 fois moins d'essence ?	1 ℓ ☐ 20 = _____ ℓ
Si 1 km = ____ ℓ 120 km = ? ℓ	120 km = 120 fois plus ou 120 fois moins d'essence ?	ℓ ☐ 120 = _____ ℓ

Réponse : _____ km

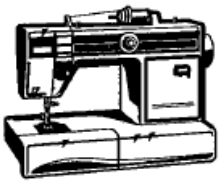
b) On considère qu'une quantité de 250 cm de neige est comme l'équivalent de 25 cm d'eau. Si la chute de neige totale pour une année s'élève à 200 cm, quel est l'équivalent en pluie ?

DONNÉES	SOLUTION	CALCULS
Si _____ _____	_____ ou _____ ?	_____
Si _____ _____	_____ ou _____ ?	_____

Réponse : _____

c) Chaque année, un propriétaire paie 24 $ d'assurance pour chaque 1000 $ de la valeur de sa maison. Quel est le coût de l'assurance pour une maison de 100 000 $?

d) Pour arrondir ses fins de mois, Sonia confectionne des mitaines pour le four dans des échantillons de tissu. Elle a fait 10 paires avec 4 mètres de tissu. Quelle était la longueur de l'autre échantillon si elle a pu confectionner 7 paires ?



Calculer avec des taux

Dans une usine de fabrication de vis, on a estimé que pour chaque 1000 vis produites, 23 seront rejetés à cause de défaut de fabrication (défectueuses). Si dans une journée, l'usine produit 135 000 vis, combien devraient être rejetés pour défaut de fabrication?

Les taux représentent une proportion donc une relation entre deux quantités ou valeurs

Les données : À chaque 1000 vis fabriquées, 23 vis sont défectueuses

Le taux : 23 vis défectueuses / 1000 vis fabriquées
(on peut dire 23 pour 1000 sont défectueuses)

De l'application de ce taux, on peut calculer le nombre de vis défectueuses si l'usine produit 135 000 vis.

La règle de trois est tout aussi utile. Nous allons revenir à l'unité pour trouver la solution (même si cela vous semble étrange, on effectue tout de même le calcul)

Si l'usine produit 1000 vis → 23 seront défectueuses **1000 fois**
Si l'usine n'en produit qu'une seule → ? serait défectueuse **moins**

Donc 23 ÷ 1000 = 0,023 vis défectueuse

Si l'usine n'en produit qu'une seule → 0, 023 vis défectueuse **135 000 fois**
Si l'usine produit 135 000 vis → ? vis défectueuses **plus**

0,023 X 135 000 = 3105 vis défectueuses

Donc on peut s'attendre que si l'usine fabrique 135 000 vis, 3105 vis auront un défaut de fabrication.

Autre exemple

Une entreprise de terrassement, pour la livraison de pierre de sable, exige un prix de 175 $ pour un minimum de 4 mètres cubes de sable.

Pour compléter son patio, Denis a besoin de 9 mètres cubes de pierre de sable. Quel sera le prix de la livraison ?

Le taux est donc de _____ $ par (/)_____ mètres cube

Si pour _____ mètres cube , on paie _____ $
Pour _____ mètre cube , on devrait payer _____ fois

Calcul : _____ ____ _____ =

Si pour 1 mètre cube , on paie _____ $
Pour _____ mètres cube, on devrait payer _____ fois _____

Calcul : _____ ____ _____ =

Le prix total devrait être de _____

EXERCICE 5

1) Une compagnie d'assurance, pour assurer une maison, exige des frais annuels de 0,34$ pour chaque 100$ de biens assurables (valeur de la maison et de ses biens).

a) Indiquez le taux.

b) Quel serait le montant de la prime d'assurance à payer annuellement pour une maison de 200 000 dollars ?

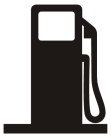
c) Si une autre compagnie d'assurance offre un taux de 0,028 $ pour chaque 10$ de biens assurables, quel serait le montant de la prime d'assurance annuel à payer ?

2) Un véhicule neuf consomme en essence 6,5 L par 100 km (6,5L / 100 km).

a) Quel est le taux?

b) Quelle distance pourrait-il parcourir avec 25 litres d'essence?

c) Quelle quantité d'essence consommera-t-il si le véhicule parcourt 700 kilomètres?



3) La taxe foncière annuelle (taxe sur la propriété donc sur la possession d'une maison) de la ville de Gatineau est de 11,53$ par 1 000$ d'évaluation de la maison.

a) Quel est le taux?

b) Quel est le montant de la taxe annuelle à payer si la maison vaut 255 000$?