MAT-3051 Modélisation algébrique et graphique

Révision

Source: Vers une implantation réussie Commission scolaire du Lac St-Jean

EXERCICES SUPPLÉMENTAIRES Chapitre 1

VARIABLE INDÉPENDANTE ET VARIABLE DÉPENDANTE

Un lien entre deux variables est appelé une **relation**.

Généralement, dans une relation entre deux variables :

- celle dont la variation entraîne la variation de l'autre est appelée variable indépendante;
- celle dont la variation réagit à la variation de l'autre est appelée variable dépendante.

| Relation | Variable indépendante | Variable dépendante |
|---|--|------------------------|
| 1) La masse d'une dinde surgelée et son prix. | Masse Le prix d'une dinde de sa masse. | Prix surgelée dépend |
| 2) L'aire totale des murs et du plafond d'une pièce et le temps pour peindre cette pièce. | Aire totale Le temps pour pein dépend de l'aire tot du plafond. | • |

- 1. Dans chacune des relations suivantes, déterminez la variable qui, variant la première, entraîne le plus naturellement la variation de l'autre.
 - a) La quantité de liquide versé et le temps de remplissage d'un vase.
 - b) La quantité d'eau versée dans un vase et sa masse.
 - c) Le prix d'un vase et le coût d'achat de plusieurs vases.
 - d) Le son émis en frappant le vase et la quantité versée dans le vase.
- 2. Décrivez en mots comment varie :
 - a) la température extérieure en septembre selon le moment de la journée;
 - b) le rythme cardiaque d'une personne avant, pendant et après un effort physique selon le temps;
 - c) le niveau de l'eau dans une baignoire remplie aux trois quarts du moment où une personne entre dans la baignoire à celui où elle en sort.

3. Dans chacune des relations suivantes, indiquez la variable qui joue le plus naturellement le rôle de variable indépendante et celle qui joue le rôle de variable dépendante.

RELATIONS

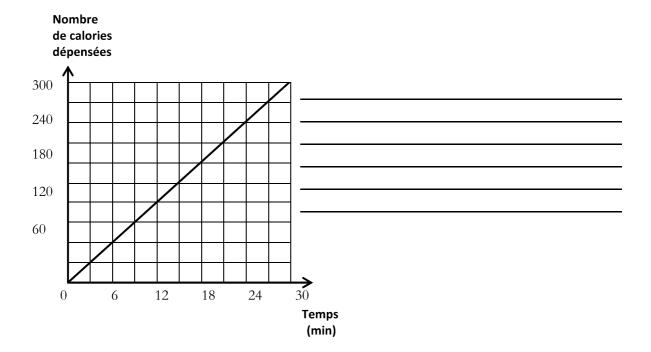
| | Variable 1 | Variable 2 |
|----|---|--|
| a) | Le nombre de personnes qui participent au | |
| | nettoyage d'un parc. | La superficie nettoyée. |
| b) | Le coût de location d'un kayak. | Le nombre d'heures de location. |
| c) | Le temps nécessaire pour faire cuire un | La masse du poulet. |
| | poulet. | La masse du podiet. |
| d) | Le nombre de personnes dans la famille. | Le coût hebdomadaire du panier d'épicerie. |
| e) | La masse d'un colis. | Le coût d'envoi par la poste. |
| f) | Le moment de la journée. | La position du Soleil dans le ciel. |

4. Pour chaque situation décrite, indiquez la variable qui joue le plus naturellement le rôle de la variable indépendante et celle qui joue le rôle de la variable dépendante.

| | | Variable indépendante | Variable dépendante |
|----|--|--------------------------|------------------------|
| a) | La vitesse d'une motocyclette (en km/h) et la distance parcourue (en km). | | |
| b) | Julie utilise son salaire pour rembourser un prêt. On s'intéresse à la relation entre le nombre d'heures travaillées et la somme totale (en \$) qui reste à rembourser. | | |
| c) | Deux personnes planifient un voyage en voiture. On s'intéresse à la relation entre la quantité d'essence nécessaire au voyage (en ℓ) et le coût total de l'essence (en $\$$). | | |
| d) | La hauteur d'un érable (en m) et le nombre d'années écoulées depuis sa plantation. | | |
| e) | L'eau d'une piscine s'évapore au soleil. On s'intéresse à la relation entre le nombre de jours d'exposition au soleil et le niveau d'eau de la piscine (en cm). | | |
| f) | Marek a un budget de 1 200 \$ pour jouer au golf durant l'été. Il doit débourser en moyenne 25 \$ par partie. On s'intéresse à la relation entre le nombre de parties jouées par Marek et le montant résiduel de son budget (en \$). | | |

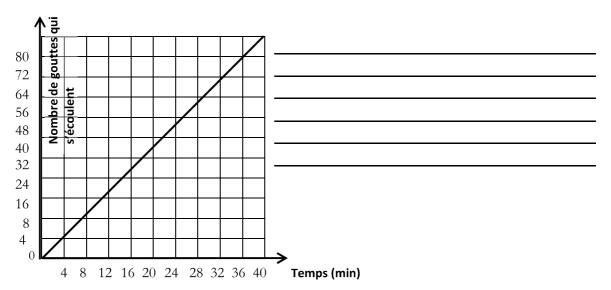
- 5. Décrivez en mots les relations suivantes.
- a) Le nombre de voitures et de camions lavés lors d'un *Lavothon* et les sommes recueillies (en \$).
- b) La vitesse d'une bicyclette (en m/s) qui monte une côte abrupte et le temps écoulé (en s).

c) Marche rapide



- d) La superficie à peindre (en m^2) et la quantité de peinture (en ℓ).
- e) La durée de vie d'une ampoule électrique (h) et le nombre d'heures d'utilisation.

f) Douche des Tremblay



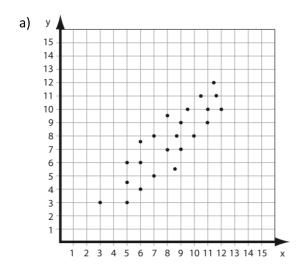
- 6. Dans chaque cas, décrivez comment la variable dépendante et la variable indépendante varient.
 - a) Le temps requis pour éteindre un incendie (en min) et la quantité d'eau utilisée (en ℓ).

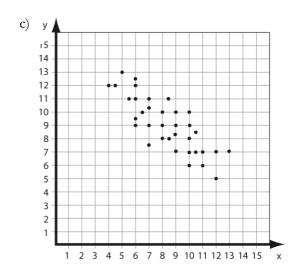
| b) | La masse de pierre concassée transportée (en tonnes métriques) et la masse de pierre |
|----|--|
| | concassée à transporter (en tonnes métriques). |

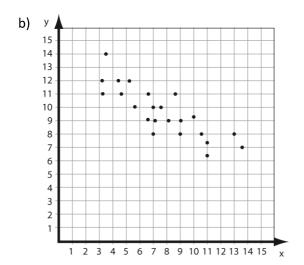
| c) | La taille d'une personne (en m) et l'âge de la personne. |
|----|--|
| | |

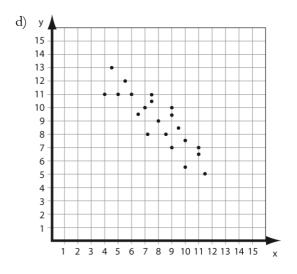
TRACÉ D'UNE DROITE À PARTIR D'UN NUAGE DE POINTS

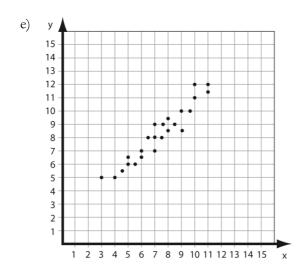
7. Sur chacune des représentations graphiques qui suivent, tracez la droite qui vous semble la mieux représenter la situation.

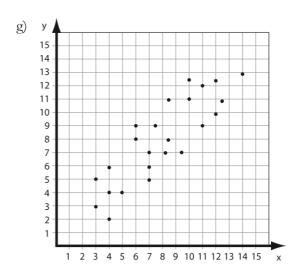


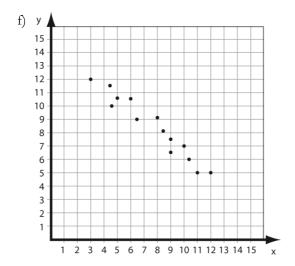


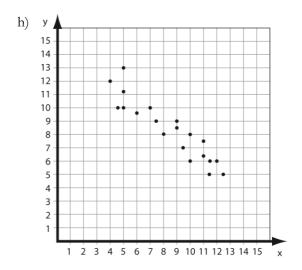


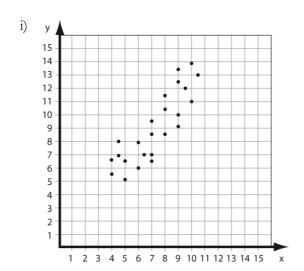


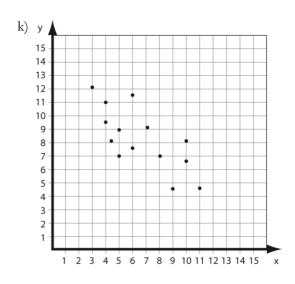


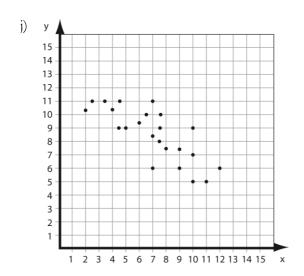


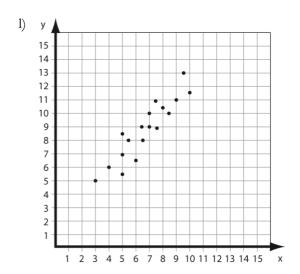












| 8. | Pour financer une partie de ses études, Simon décide de ramasser des bleuets à la bleuetière |
|----|--|
| | coopérative de Saint-Léon. |

Pour sa première journée de travail, il ramasse un total de 40 livres de bleuets à un prix unitaire de 0,80 \$/livre.

| a) | Déterminez les | variables | dépendantes | et indépendante | es de cette situati | ion |
|----|----------------|-----------|-------------|-----------------|---------------------|-----|
|----|----------------|-----------|-------------|-----------------|---------------------|-----|

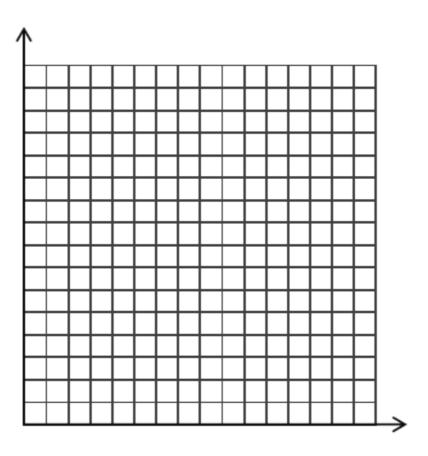
| Variable dépendante : | |
|-------------------------|--|
| Variable indépendante : | |

| b) | Quelle est | la règle | modélisant | la | situation | ۱? |
|--------|------------|-----------|-------------|----|-----------|----|
| \sim | Quene est | ia i cgic | modemodific | ·u | Situation | ٠. |

c) Complétez la table des valeurs représentant cette relation.

| х | У |
|-----|----|
| 0 | |
| 20 | |
| | 32 |
| | 48 |
| 80 | |
| 100 | |
| | |

d) En vous servant de la table de valeurs que vous venez de compléter, représentez graphiquement cette situation.

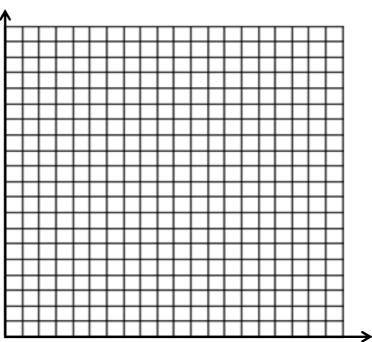


9. Voici un tableau permettant d'évaluer le prix de l'essence, à Québec, de 1997 à 2011. Les résultats obtenus sont présentés dans le tableau de valeurs qui suit :

Évolution du prix de l'essence par litre

| Année | Prix au litre |
|-------|---------------|
| 1997 | 61 |
| 1998 | 55 |
| 1999 | 61 |
| 2000 | 72 |
| 2001 | 74 |
| 2002 | 77 |
| 2003 | 79 |
| 2004 | 87 |
| 2005 | 97 |
| 2006 | 102 |
| 2007 | 106 |
| 2008 | 120 |
| 2009 | 98 |
| 2010 | 107 |
| 2011 | 128 |
| | |

Placez ces points dans le plan cartésien ci-dessous et tracez la droite s'ajustant le mieux au nuage de points obtenu.



10. Voici trois tables de valeurs. Associez chacune d'elles au graphique qui lui correspond.

| 1 |) |
|---|---|
| | |

| X | У |
|----|---|
| -3 | 1 |
| 2 | 1 |

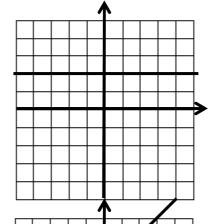
2)

| X | у |
|---|---|
| 0 | 2 |
| 2 | 2 |

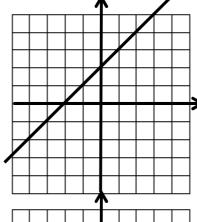
3)

| () | | |
|-----|----|---|
| , | X | у |
| | 0 | 2 |
| | -2 | 0 |

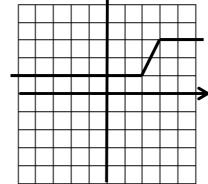
a)



b)



c)



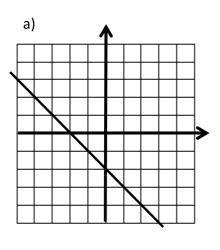
| 11 | ١ | | |
|----|---|--|--|
| | | | |

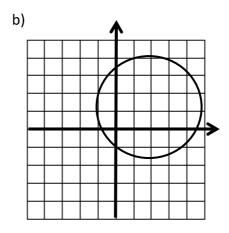


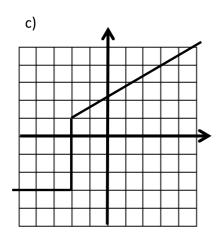
EXERCICES SUPPLÉMENTAIRES

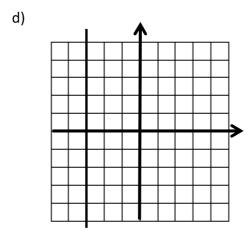
Chapitre 2

1. Parmi les différentes représentations graphiques ci-dessous, nommez celles qui présentent des fonctions et précisez de quel type de fonction il s'agit.





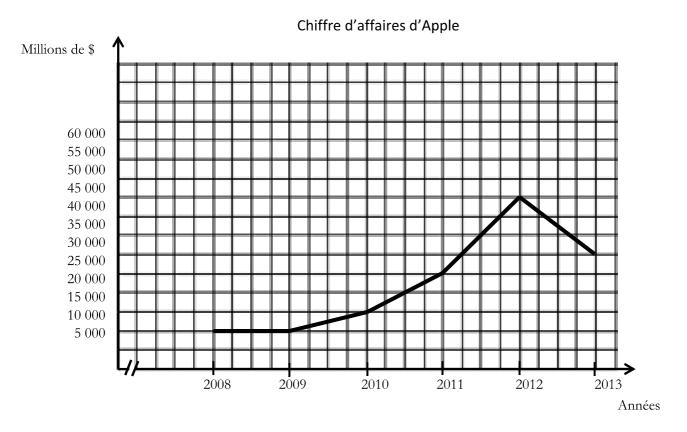




2. La réciproque de chacun des graphiques de la question précédente serait-elle une fonction?

Justifiez vos réponses.

3. Le graphique ci-dessous représente le chiffre d'affaires d'Apple. Le chiffre d'affaires est en croissance jusqu'en 2012 pour diminuer par la suite.



| Donnez | toutes | les | caractéristiques | de | cette | fonction. | Exprimez | vos | résultats | sous | forme |
|----------|------------|--------|------------------|----|-------|-----------|----------|-----|-----------|------|-------|
| d'interv | alle, s'il | y a li | eu. | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | |

EXERCICES SUPPLÉMENTAIRES Chapitre 3

1. Résolvez les équations suivantes

| Équations à résoudre | Vérification |
|---|--------------|
| $\frac{3x+7}{3} = \frac{2x}{5}$ | |
| | |
| $\frac{7y - 3}{17} = \frac{-9y - 2}{2}$ | |
| | |
| $\frac{4f - 12}{8} = \frac{3 - 2(2f - 3)}{3}$ | |
| | |

2. Complétez le tableau suivant :

| Taux de variation | Valeur initiale | Point | Point | Règle |
|-------------------|-----------------|-------------|--|------------|
| а | b | (x_1,y_1) | (x_2, y_2) | y = ax + b |
| 2 | -5 | | | |
| -0,8 | | (3,4) | | |
| $\frac{2}{7}$ | $\frac{1}{2}$ | | | |
| | | (5,2) | (-1,-1) | |
| | | (-3,-1) | (4,6) | |
| | | (0,0) | (-5,-1) | |
| | | (9,-3) | $\left(\frac{2}{3},\frac{3}{4}\right)$ | |

| Espace réservé pour vos calculs | |
|---------------------------------|--|
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |

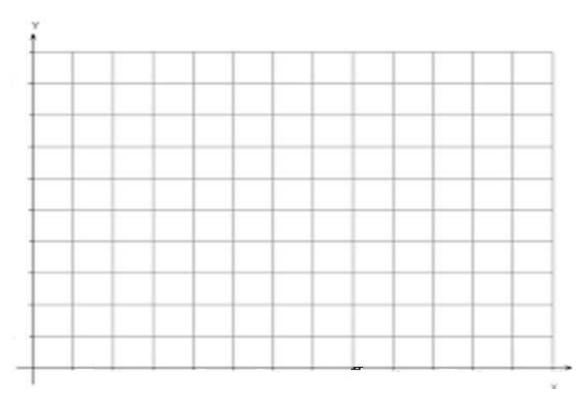
3. Vous décidez de partir en appartement. Vous devez donc vous procurer des meubles. Vous évaluez avec vos parents que le coût d'ameublement serait de 1 200 \$.

Durant la dernière année, vous avez économisé 500 \$ pour atteindre vos objectifs. Sur les conseils de votre père, vous déposez également 50 \$ par semaine dans votre compte à la Caisse populaire.

a) Déterminez la règle qui met en relation vos économies en fonction du temps.

b) Représentez graphiquement cette relation.

Titre : ______



c) À l'aide du graphique, évaluez combien de semaines il vous faudra pour avoir économisé la somme requise.

| À l'aide de la règle, vérifiez si la réponse en c) est exacte. | |
|---|-----|
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| Si vous mettiez 70 \$ par semaine de côté au lieu de 50 \$, quelle serait alors la règle? | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| Analysez l'effet de ce changement sur le temps qu'il vous faudrait alors pour avoir la | son |
| nécessaire. | |
| | |
| | |
| | |

| 1. | Vous devez vous acheter un nouveau véhicule. Vous avez accumulé un montant comme mise de fonds. Le coût du véhicule neuf est de 30 000 \$.Le gérant de la ca discussion avec vous, vous propose de rembourser mensuellement votre emprun versements égaux de 600 \$ pendant 5 ans. | isse, après |
|----|--|-------------|
| | a) Quel est le taux de variation de cette relation? | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | b) Quelle est la règle correspondant à cette situation? | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | c) À la fin des 5 années, quel sera le montant total remboursé? | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

EXERCICES SUPPLÉMENTAIRES

Chapitre 4

1. Résolvez les inéquations suivantes. Vérifiez vos résultats et représentez l'ensemble-solution en compréhension.

| Inéquations à résoudre | Vérification |
|--|--------------|
| $\frac{4x-7}{4} \ge \frac{2x+1}{5}$ | |
| | |
| | |
| | |
| 3v -9v | |
| $\frac{3y}{7} - 4 \le \frac{-9y}{2} + 3$ | |
| | |
| | |
| | |
| | |

| Inéquations à résoudre | Vérification |
|---------------------------------------|--------------|
| 9 < 3x + 5 | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| $3x + 4 \ge 9x - 5$ | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| $\frac{5c+7}{4} \ge \frac{2c}{5} + 5$ | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |

| Inéquations à résoudre | Vérification |
|------------------------------|--------------|
| $4x + 4 \ge 4x - 5$ | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| $-8d \ge 9d + 5$ | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| 3f | |
| $2f - 7 < \frac{3f}{6} + 25$ | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |

2. Complétez le tableau suivant, sachant que l'ensemble de référence est R.

| REPRÉSENTATION ALGÉBRIQUE | DROITE NUMÉRIQUE | INTERVALLE | COMPRÉHENSION |
|------------------------------|---|------------|--------------------------------------|
| | $\stackrel{\diamond}{\longrightarrow}$ ${{\longrightarrow}}$ ${{\nearrow}}$ ${{\nearrow}}$ ${{\nearrow}}$ | | |
| | | | $\{x \in \mathbf{R} \mid x \ge -5\}$ |
| $x \ge 3$ | | | |
| | | [5,9[| |
| | 3 5 R | | |
| $-2 \leq x < 8$ | | | |
| | | | $\{x \in R \mid -2 \geq x \geq 5\}$ |

- 3. Traduisez par une inéquation les situations suivantes. N'oubliez pas de préciser quelles sont les variables.
- a) Robert et Simon ont ensemble moins de 782 \$. Combien chacun possède-t-il si Simon a 124 \$ de plus que Robert?

b) Trois amis se partagent des billes de différentes grosseurs; ensemble, ils ont moins de
 72 billes. Yvan en reçoit 3 de moins que Patrick qui obtient le double de la part de Marc.
 Combien chacun possède-t-il de billes?

| c) | La somme de deux nombre pairs consécutifs est inférieure à 22? Quelles valeurs peuvent prendre ces nombres? |
|----|---|
| d) | Martin et Évans ont moins de 60 cartes de joueurs de hockey à eux deux. Martin en possède 6 de plus que Évans. Combien chacun possède-t-il de cartes? |
| | |
| e) | Sophie et Pascale ont une collection de timbres. Le nombre total de timbres est supérieur à 300. Sachant que Sophie possède 40 timbres de moins que Pascale, combien de timbres ontelles chacune au minimum? |
| | |
| | |
| f) | Charles dit à son amie : « J'ai choisi deux nombres pairs consécutifs dans ma tête. Si je te dis que leur somme dépasse 158, peux-tu deviner quels sont ces nombres? » Son amie peut-elle deviner les nombres? Justifiez votre réponse. |
| | |
| | |

EXERCICES SUPPLÉMENTAIRES

Chapitre 5

1. Résolvez par comparaison les systèmes d'équations qui suivent. N'oubliez pas de vérifier votre résultat.

| Systèmes d'équati | ions à résoudre | Vérification |
|-------------------|-----------------|--------------|
| a) $x + 7 = 7$ | 2x + y = 10 | |
| | | |
| | | |
| | | |
| b) $-x + y = 4$ | 3x - y = 0 | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

| Systèmes d'équation | ns à résoudre | Vérification |
|------------------------------|----------------|--------------|
| c) $x + \frac{3}{2} = y + 1$ | y + 4 = -2x | verijication |
| d) x-y = 0 | 2x = -3y | |
| e) $2x = 4y - 1$ | x + 5y + 2 = 0 | |
| | | |

2. Résolvez par comparaison les systèmes d'équations qui suivent. Vérifiez votre résultat.

a)
$$y + 5 = -3$$
 et $3x = 2y - 1$

$$3x = 2y - 1$$

b)
$$y = 5x - 8$$
 et $y = 4x + 3$

$$v = 4x + 3$$

c)
$$E = \frac{2}{3}p - \frac{1}{5}$$
 et $E = \frac{2}{5}p + \frac{1}{3}$

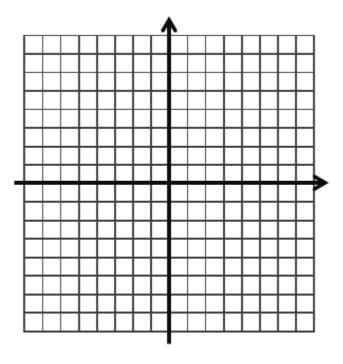
$$E = \frac{2}{5}p + \frac{1}{3}$$

3. Résolvez algébriquement les systèmes d'équations ci-dessous et vérifiez vos résultats par la méthode graphique

1.

①
$$x + y = 1$$

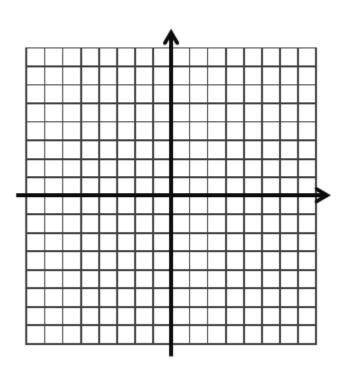
$$2x + y = -1$$



2.

$$3x + 5y = -6$$

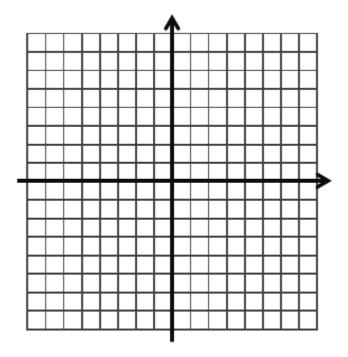
$$2y = 4x + 8$$



3.

$$3x + 3y = 6$$

$$2 4 = 2y$$

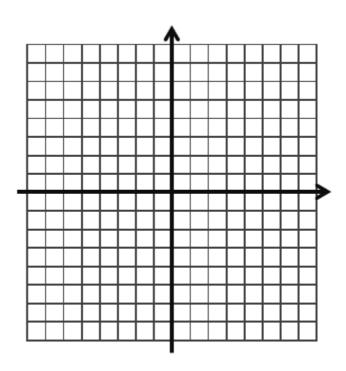


4.

①
$$-4y + 7 + x = 0$$

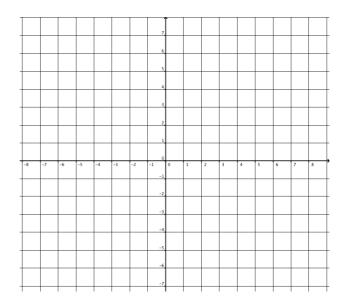
② $5x = -3y - 12$

②
$$5x = -3y - 12$$



- 5. Pour chacun des systèmes d'équations suivants, indiquez si le système a une solution unique, aucune solution ou une infinité de solutions. Représentez le système à l'aide d'un graphique et donnez le couple-solution, s'il y a lieu.
 - a) 2x + 6 = y et $x + \frac{y}{2} = 4$





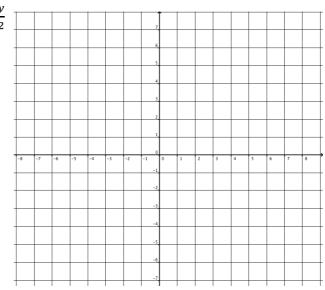
Réponse : Les droites sont______

Le système a _____

b) 2x - 3 - y = 0 et $\frac{x}{3} - \frac{1}{2} = \frac{y}{2}$



$$b_1$$
 b_2

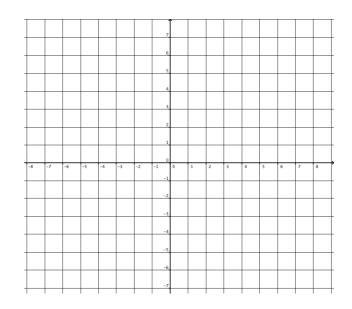


Réponse : Les droites sont______,

Le système a _____ .

c) .4y = x + 8 et y = 0.25x + 2

| a_1 | a ₂ |
|-------|----------------|
| b_1 | b ₂ |

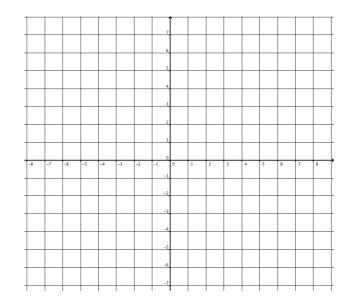


Réponse : Les droites sont______,

Le système a _____

d) 3y + 9 = 0 et $\frac{y}{3} = x + 1$





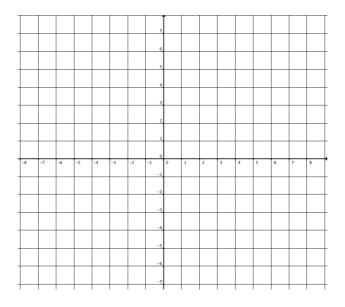
Réponse : Les droites sont______,

Le système a _______.

- 6. Pour chacun des systèmes d'équations, vous devez :
 - A. isoler la variable dépendante;
 - B. résoudre par comparaison;
 - C. vérifier algébriquement l'ensemble-solution;
 - D. représenter dans un plan cartésien chacun des systèmes et indiquer les coordonnées du point d'intersection.

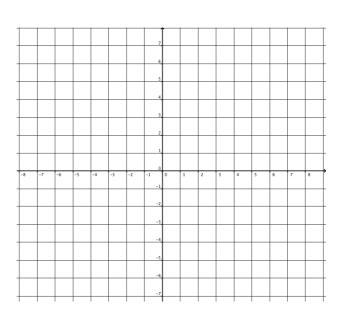
a) ①
$$0.2x + 0.5y = 2.5$$

②
$$3x + 2 = y$$



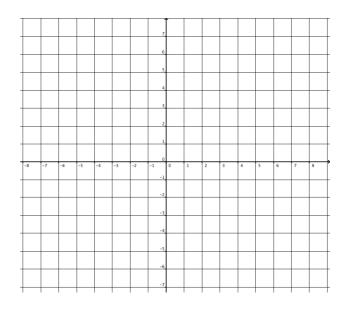
b) ①
$$y - 6 = x$$

$$2 y = -2x$$



c) ①
$$3x - 4y = 0$$

$$2x + y = 2$$



d) ①
$$V = 3d + 2$$

②
$$V = d + 4$$

