MAT-P104-4 Représentations géométriques

Mathématique, présecondaire

Situation d'apprentissage 3

Des terrains qui se ressemblent

Adaptation de situations créées par l'équipe de Ginette Larocque, Commission scolaire des Draveurs

Diane Molloy, Yasmina Benhabib, Gilles Coulombe/CSPO

MAT-P104-4 : REPRÉSENTATIONS GÉOMÉTRIQUES

SA3 Des terrains qui se ressemblent

Détermination de mesures liées au périmètre et à l'aire de polygones convexes

Mise en situation

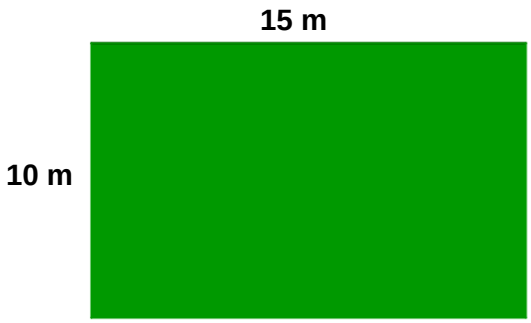
DES TERRAINS QUI SE RESSEMBLENT!

Bruno a acheté 200 m de clôture pour mettre autour de son terrain. Il propose à son voisin Jacques de lui vendre le reste de la clôture non utilisée.

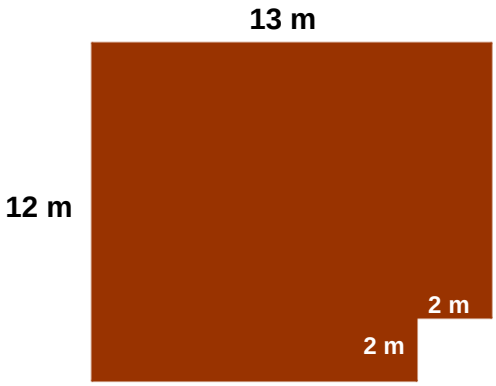
Penses-tu que ce reste de clôture sera suffisant pour entourer le terrain de Jacques?

Justifie ta réponse.

Terrain de Bruno



Terrain de Jacques

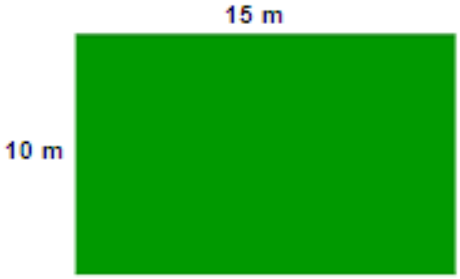


Un peu d'exercice

Périmètre et aire

1. LE PÉRIMÈTRE

Le terrain de Bruno a une forme rectangulaire. Tu as appris qu'un rectangle possède 4 angles droits et deux côtés opposés congrus.



Exercice 1

Calcule de deux façons différentes le contour (périmètre) du terrain.

Première façon :

_____

_____

Deuxième façon

_____

_____

1.1 LE PÉRIMÈTRE DU RECTANGLE

Le périmètre d'un rectangle est son contour. Comme il a deux longueurs congrues et deux largeurs congrues.

Il suffit donc, pour trouver le périmètre, d'additionner la mesure de la longueur et celle de la largeur et de multiplier cette addition par 2.

$$P = 2\,(L + l)$$

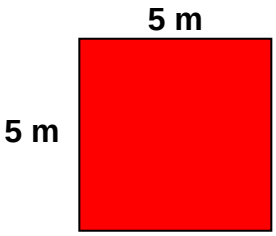
Pour en savoir un peu plus, tu peux consulter le site suivant :

http://www.neroucheffmichel.be/html/Quadril.htm

1.2 LE PÉRIMÈTRE DU CARRÉ

Exercice 2

Essaie maintenant de trouver le périmètre de la forme carrée suivante.



Le périmètre du carré peut se trouver de la même façon que celui du périmètre.

Mais étant donné que les 4 côtés d'un carré sont congrus, il suffit de multiplier la mesure de ce côté (c) par 4.

$$P = 4c$$

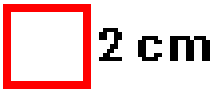
Exercice 3

Calcule le périmètre des figures.

Exemple 1: **Un rectangle** a une longueur de 8 cm et une largeur de 3 cm. Trouve son périmètre.

Solution: **P=**

Exemple 2: Trouve le périmètre d'un **carré** dont les côtés mesurent 2 cm de longueur.

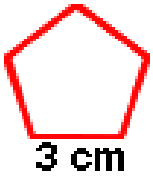


Solution: **P =**

Exemple 3: Trouve le périmètre d'un **triangle équilatéral** dont les côtés mesurent 4 cm de longueur.

Solution: **P =**

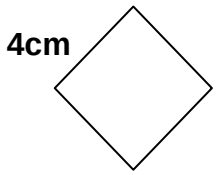
Exemple 4: Trouve le périmètre d'un **pentagone régulier** dont chaque côté mesure 3 cm de longueur.



Solution: **P =**

Exemple 5 : Trouve le périmètre d'un losange dont l'un des côtés est 4 cm

Solution



P =

_____

Quelle conclusion peux-tu tirer en ce qui concerne le périmètre d'une figure géométrique?

_____

_____

EN RÉSUMÉ

Le périmètre du carré est P= 4 x C

Le périmètre du rectangle est P = 2(L+l)

Le périmètre d'une figure se trouve en faisant la somme de tous ses côtés.

Source : http://www.mathgoodies.com/francais/volume1/perimeter_fr.html

Note : la circonférence du cercle

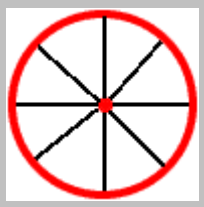
La longueur du segment faisant le tour d'un cercle se nomme la **circonférence**.

Le segment qui coupe le cercle en passant par le centre se nomme le **diamètre**.

Le **rayon** d'un cercle est la longueur du segment partant de son centre et se terminant à un point quelconque sur ce cercle. Si l'on place deux rayons bout à bout dans un cercle, on aura la même longueur que **son diamètre.** Alors, le diamètre d'un cercle est deux fois plus long que son rayon. Cette relation est exprimée par la formule:

D = 2 × r où D est le diamètre et r le rayon.

Un cercle possède plusieurs rayons et plusieurs diamètres.



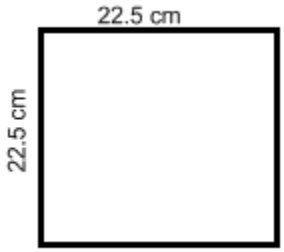
Tu apprendras à trouver la circonférence du cercle dans un autre cours.

Source : *http://www.mathgoodies.com/francais/volume2/circumference_fr.html*

Exercice 4

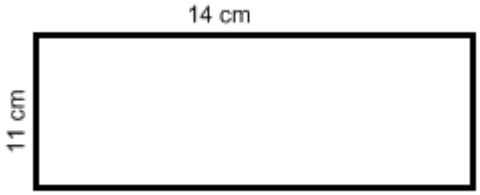
Voici différents polygones; détermine le périmètre de chacun.

a)



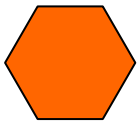
b)

c)



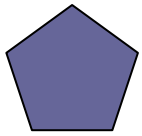
d) Trouve le périmètre d'un triangle équilatéral dont les côtés mesurent 14 cm.

e) Trouve le périmètre d'un hexagone régulier dont les côtés mesurent 8 m de long.



f) Le périmètre d'un carré est de 20 mètres. Combien mesure un de ses côtés?

g) Le périmètre d'un pentagone régulier est de 100 cm. Combien mesure un des côtés du polygone?



h) Le périmètre d'un losange mesure également 100 cm. Combien mesure un côté du losange?

Exercice 5

LES CHAMPS DU FERMIER

Un fermier vient de s'acheter deux nouveaux terrains pour ses animaux. Le premier terrain mesure 156 m de long et 124 m de large.
Le deuxième terrain est carré. Un des côtés mesure 88 mètres.

Ta tâche est de :

Déterminer quel terrain nécessite la clôture la plus longue.

Solution

Exercice 6

COMME UN CHAMP DE BLÉ!

Deux champs de blé ont le même périmètre c'est-à-dire 900 m. L'un a la forme d'un rectangle dont la longueur mesure 25 m et l'autre a la forme d'un carré.

Ta tâche est de :

a) Déterminer la largeur du champ rectangulaire et la longueur d'un côté du champ carré.

b) Dessiner les deux champs et indiquer les mesures connues.

Solution

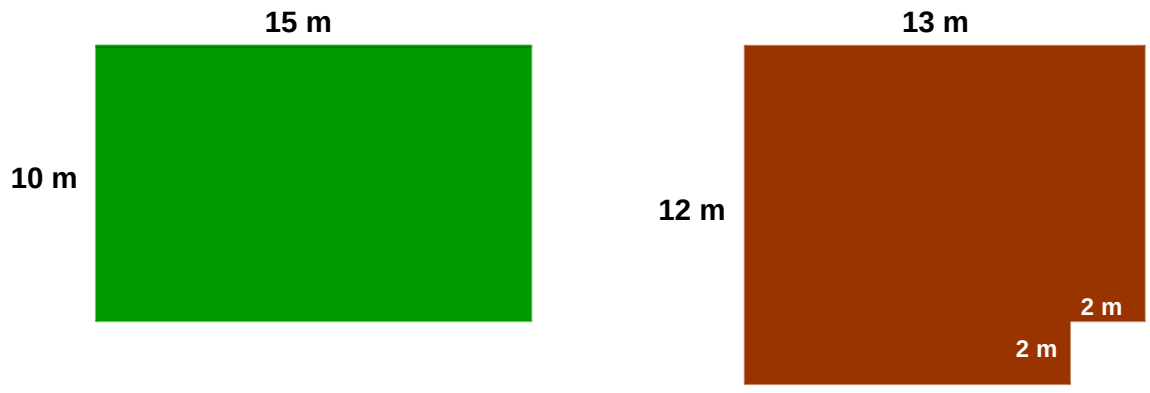
Revenons aux terrains de Bruno et Jacques.

DES TERRAINS QUI SE RESSEMBLENT!

Bruno a acheté 200 m de clôture pour mettre autour de son terrain. Il propose à son voisin Jacques de lui vendre le reste de la clôture non utilisée.

Penses-tu que ce reste de clôture sera suffisant pour entourer le terrain de Jacques?

Terrain de Bruno ***Terrain de Jacques***



<u>Solution</u>

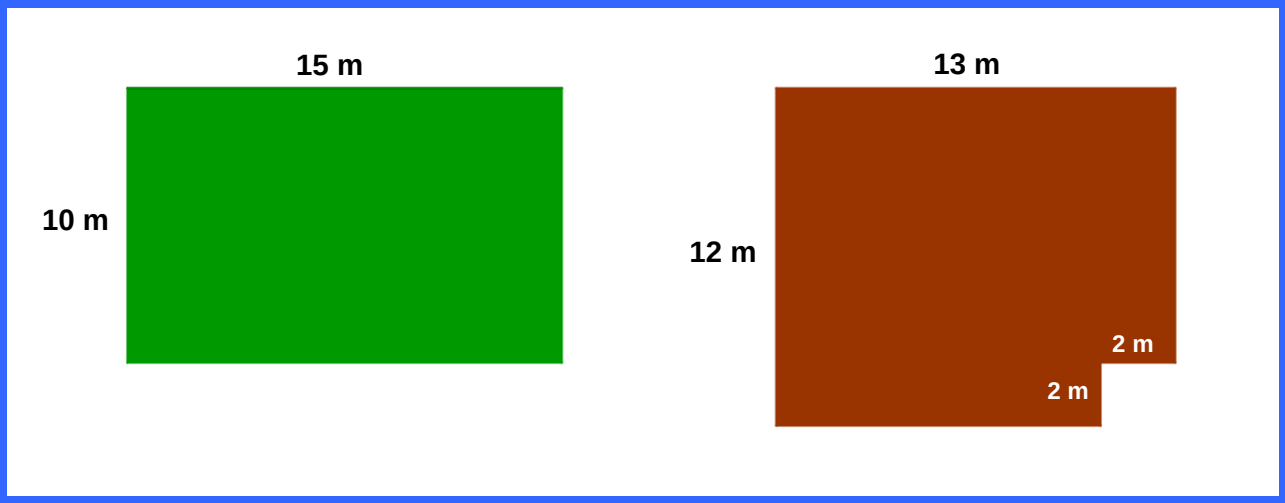
2. L'AIRE

DES TERRAINS QUI SE RESSEMBLENT!

Revenons aux terrains de Bruno et Jacques.

Jacques affirme que son terrain a une plus grande superficie que celui de Bruno. A-t-il raison?

Terrain de Bruno ***Terrain de Jacques***

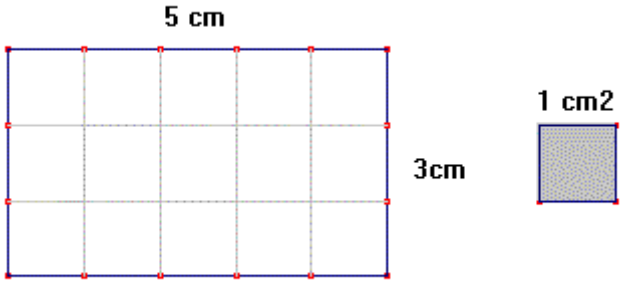


Tu vas d'abord voir comment se calcule l'aire (la superficie) de figures, ensuite tu pourras trouver la différence entre les superficies des terrains de Bruno et Jacques.

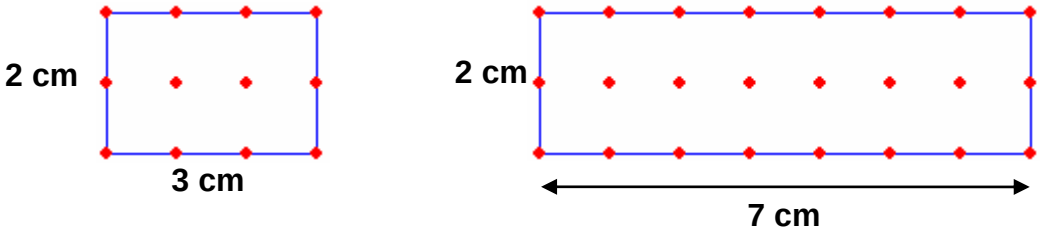
2.1 L'AIRE DU RECTANGLE

Observe bien le rectangle.

Combien de petits carrés de 1 cm carré (1 cm de côté par un 1 cm de côté) y a-t-il dans ce rectangle?_____



Observe bien les rectangles et compte le nombre de petits carrés de 1 cm de côté contenus dans chacun d'eux.



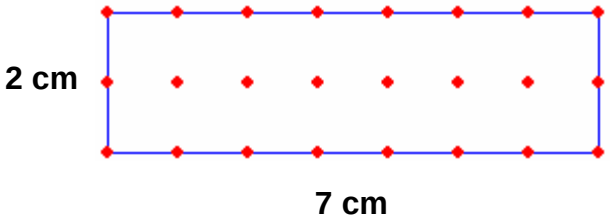
Comment pourrais-tu trouver rapidement l'aire sans avoir besoin de compter le nombre de carrés?

_____

L'aire est la «place prise» par une surface. C'est la mesure « en dedans » alors que le périmètre est la mesure « autour ».

On calcule facilement l'aire d'un rectangle en multipliant sa longueur par sa largeur.

A = Longueur X **largeur**
A= L x l
A= 7 cm x 2 cm = **14 cm²**



Les unités de mesure d'aire (ou de superficie) sont les mêmes que celles des mesures de longueur, mais avec un exposant 2 (par exemple, cm²)

Maintenant que tu connais comment calculer l'aire d'un rectangle, peux-tu déduire comment calculer l'aire d'un carré?

_____

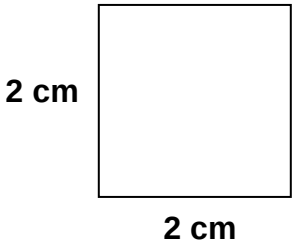
2.2 L'AIRE DU CARRÉ

On calcule l'aire d'un carré en multipliant la longueur de son côté fois lui-même.

A= Cx C

A= 2cm x 2cm

A= 4 cm²

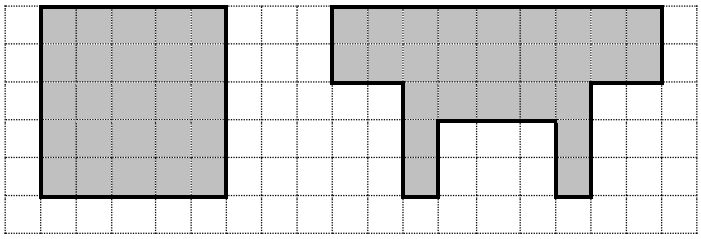


Calcul de l'aire à l'aide de la méthode du dallage

Exercice 7

Trouve l'aire des figures A et B.

A **B**

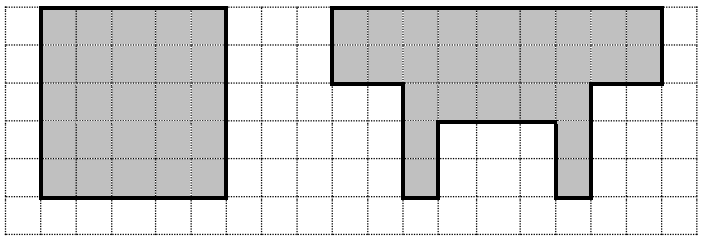


Si une unité = 1 cm^2

Aire de A = 25 cm^2

Aire de B = ____

A **B**



Si une unité = 9 cm^2

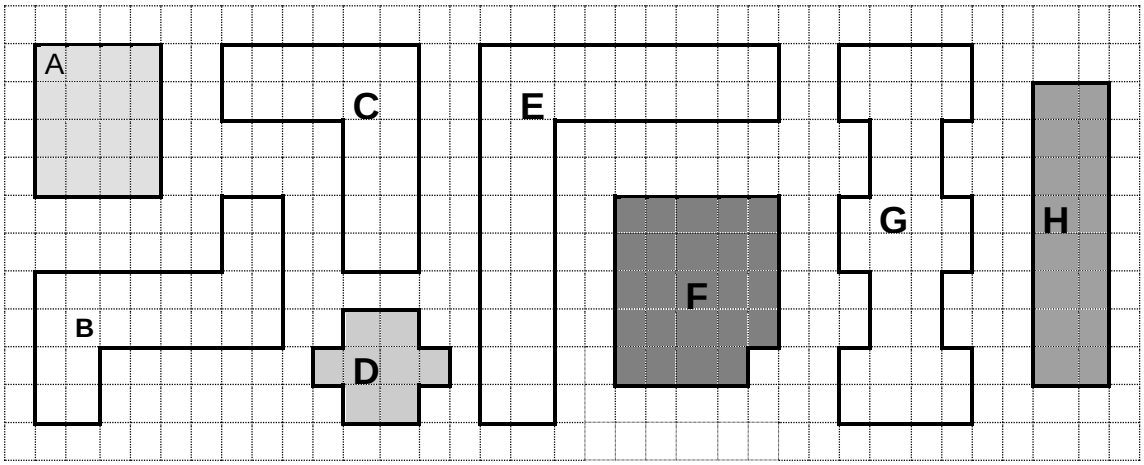
Aire de A =

Aire de B =

Exercice 8

Calcule l'aire de ces figures en fonction de l'unité.

1 carré mesure 16 cm^2



A	B	C	D	E	F	G	H
……	……	……	……	……	……	……	……

Attention! Différentes figures peuvent avoir la même aire.

Exercice 9

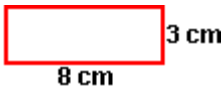
1) Trouve l'aire d'un carré dont les côtés mesurent 6 cm de long.

Solution : A =

A = (__ cm) ×(__ cm) = __ cm^2

---

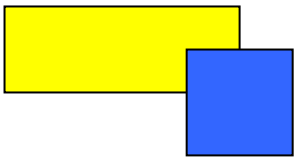
2) Un rectangle a une longueur de 8 cm et une largeur de 3 cm. Trouve son aire.



Solution : A =

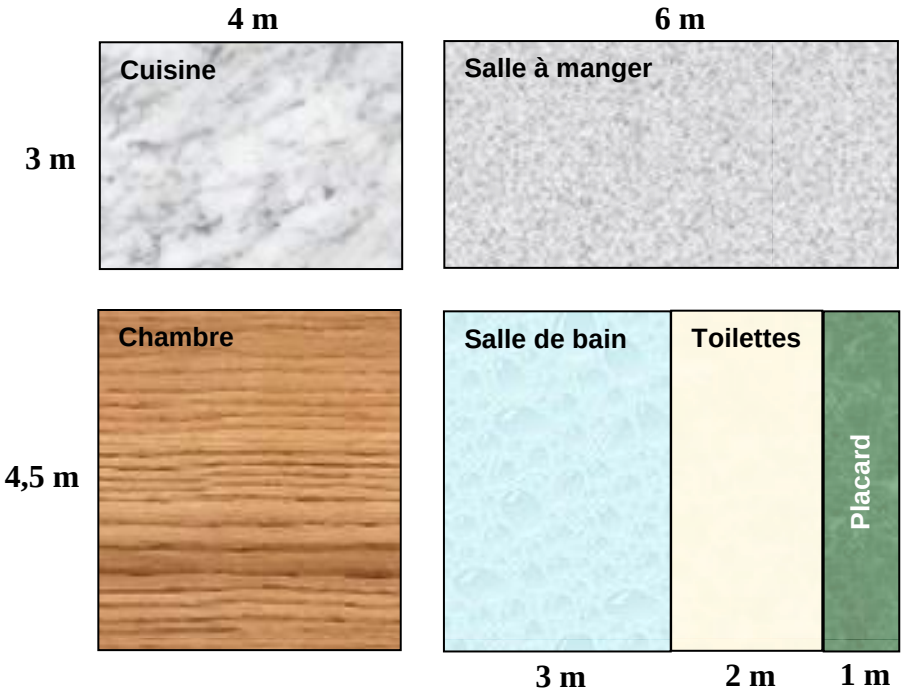
A = (__ cm) ×(__ cm) = ___ cm^2

Source : ***http://www.mathgoodies.com/francais/volume1/area_rectangle_fr.html***



Exercice 10

Voici le plan d'un appartement. Observe bien les mesures de chaque pièce et remplis le tableau situé ci-dessous.



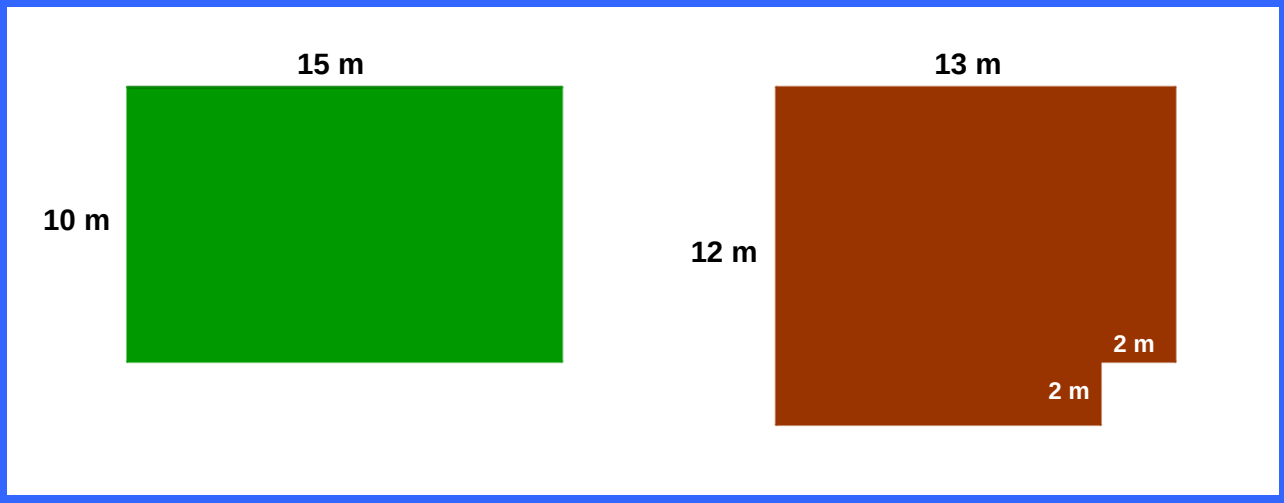
PIÈCES	LONGUEUR	LARGEUR	AIRE DE LA PIÈCE
Cuisine			
Chambre			
Salle à manger			
Salle de bains			
Toilettes			
Placard			

De retour aux maisons de Bruno et de Jacques.

LA PLUS GRANDE SUPERFICIE !

Tu peux maintenant déterminer la différence de superficie entre les deux maisons.

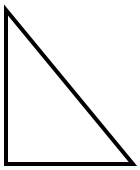
Maison de Bruno **Maison de Jacques**



<u>Solution</u>

2.3 L'AIRE DU TRIANGLE

L'aire d'un triangle



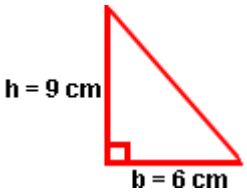
Voici un triangle rectangle.

Pourquoi cette figure est-elle un triangle rectangle?

_____

_____

Utilise ton imagination et demande l'aide d'un collègue pour trouver l'aire de cette figure.



A= _____

Des pistes !

Peux-tu compléter cette figure pour obtenir une figure géométrique dont tu connais le calcul de l'aire? _____

Peux-tu calculer l'aire de cette autre figure? _____

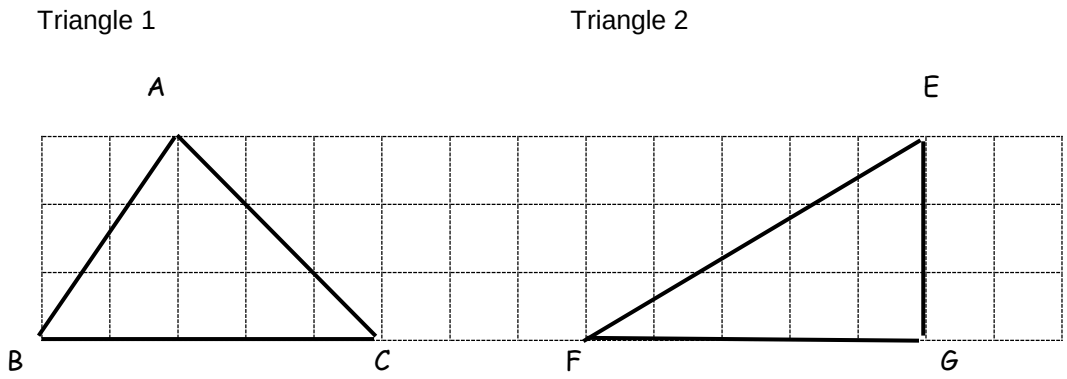
Maintenant, peux-tu calculer l'aire du triangle rectangle?_____

Le triangle rectangle est la moitié d'un rectangle. C'est donc logique que l'aire du triangle soit la moitié de celle d'un rectangle.

Va voir la démonstration de cette affirmation sur le site suivant.

http://mathenpoche.sesamath.net/5eme/pages/geometrie/chap4/serie2/exo2/G4s2ex2_an.swf

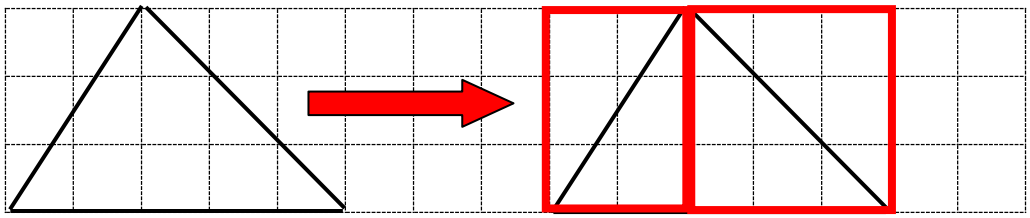
Voici 2 triangles



Méthode de dallage

Dans le but de trouver l'aire des 2 triangles, il faut inclure chacun des triangles dans un rectangle. Supposons que chaque carré vaut 1 cm².

Triangle 1

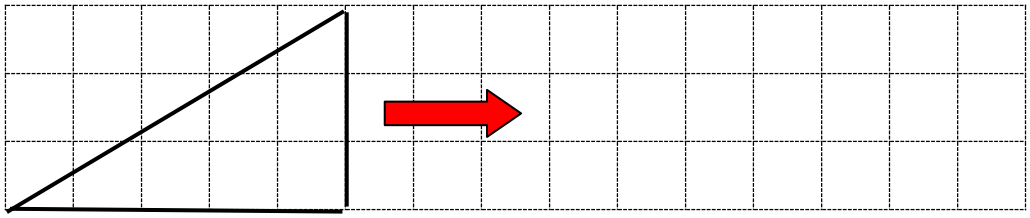


1. Comme tu peux le remarquer, chacun des petits triangles (1 et 2) représente la moitié d'un rectangle.
2. Donc, pour trouver l'aire du triangle 1, il suffit de calculer le nombre d'unités compris dans le grand rectangle, et de diviser ce nombre par 2

Aire du triangle 1 = 15 cm² ÷ 2 = 7,5cm²

Applique la même procédure pour le triangle 2 :

Triangle 2



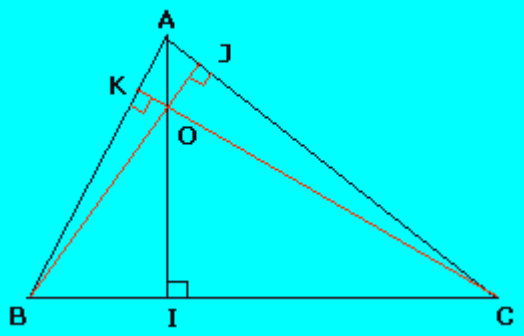
Solution

UN TRIANGLE

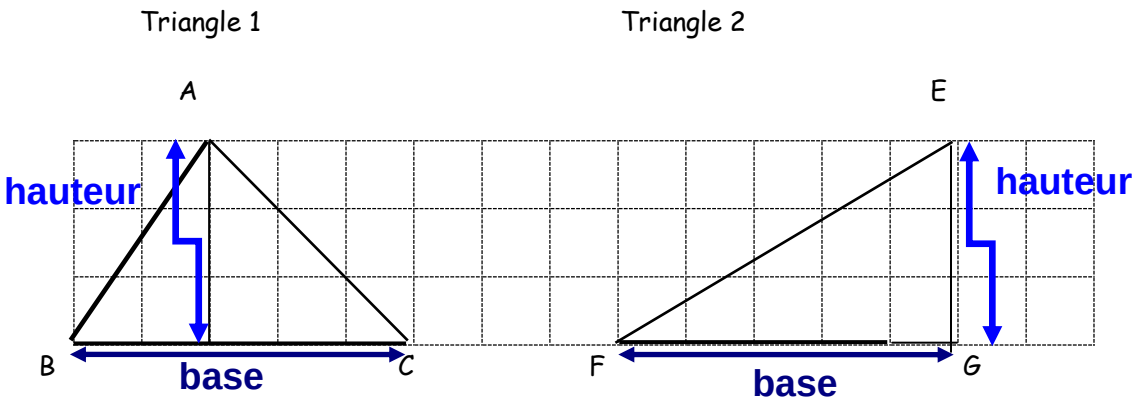
Un triangle, c'est une figure géométrique à 3 côtés.

La base est le côté sur lequel repose le triangle.

La hauteur, c'est une droite passant par un sommet et perpendiculaire au côté opposé. Il y a donc 3 hauteurs.



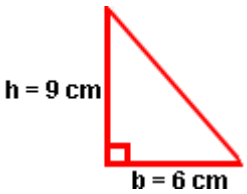
L'AIRE DU TRIANGLE



Ces triangles permettent de visualiser que pour calculer rapidement l'aire d'un triangle, il suffit de multiplier la base par la hauteur et de diviser par 2.

$$\mathbf{A=}\ \frac{bxh}{2}$$

Soit le triangle :



L'aire de cette figure est $A = \frac{bxh}{2}$; $\mathbf{A} = \frac{BasexHauteur}{2}$

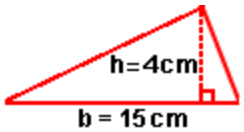
$$\mathbf{A} = \frac{6x9}{2}$$

$$\mathbf{A} = \frac{54}{2}$$

$$\mathbf{A = 27\ cm^2}$$

Exercice 11

1) Trouve l'aire du triangle ayant une base de 15 cm et une hauteur de 4 cm.



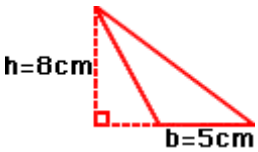
Solution:

$$A = \frac{BxH}{2}$$

$$A = \frac{15x4}{2} = \frac{60}{2}$$

$$A = 30\ cm^2$$

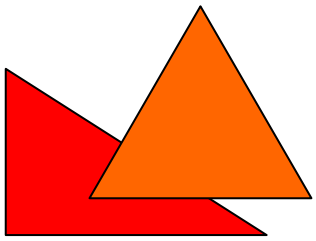
2) Trouve l'aire du triangle dont la base mesure 5 cm et la hauteur 8 cm.



Solution: A =

3) Trouve l'aire d'un triangle dont la base est de 4 m et la hauteur de 14 m.

4) Trouve l'aire d'un triangle ayant une base de 18 cm et une hauteur de 2 cm.



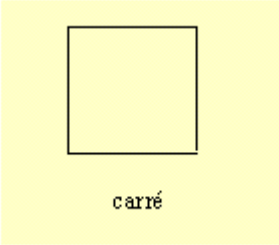
EN RÉSUMÉ :

Source : http://pagesperso-orange.fr/wallu/pag-surface.htm

Carré

Pour trouver l'aire d'un **carré**, on multiplie la longueur d'un de ses côtés par lui-même

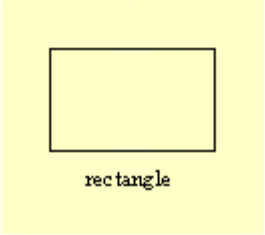
Aire
A = C x C



Rectangle

Pour trouver l'aire d'un **rectangle**, on multiplie sa longueur par sa largeur

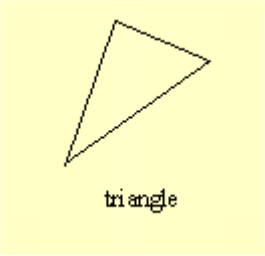
Aire
A = L x l



Triangle

Pour trouver l'aire d'un triangle, il faut multiplier sa base par sa hauteur puis diviser par 2. La base et la hauteur d'un triangle doivent être perpendiculaires.

Aire
$A = \frac{(B \times h)}{2}$



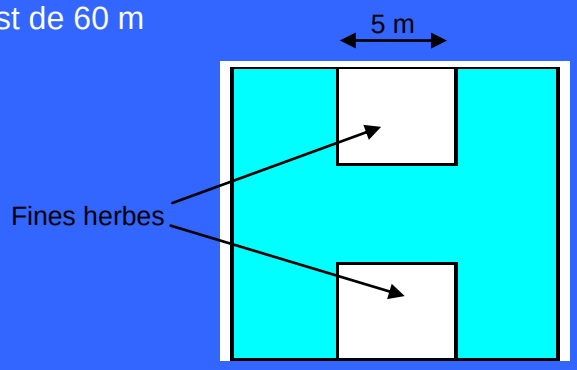
Faites vérifier et valider votre travail par l'enseignant avant de continuer

Mise en pratique dans d'autres contextes

DE PETITS JARDINS!

1) Jacques décide de faire deux petits jardins de fines herbes (espaces blancs) à l'intérieur de son jardin de fleurs. Tu dois déterminer la superficie occupée par les fleurs dans les conditions suivantes :

   a) tous les jardins sont carrés
   b) le périmètre du jardin de fleurs est de 60 m



Solution

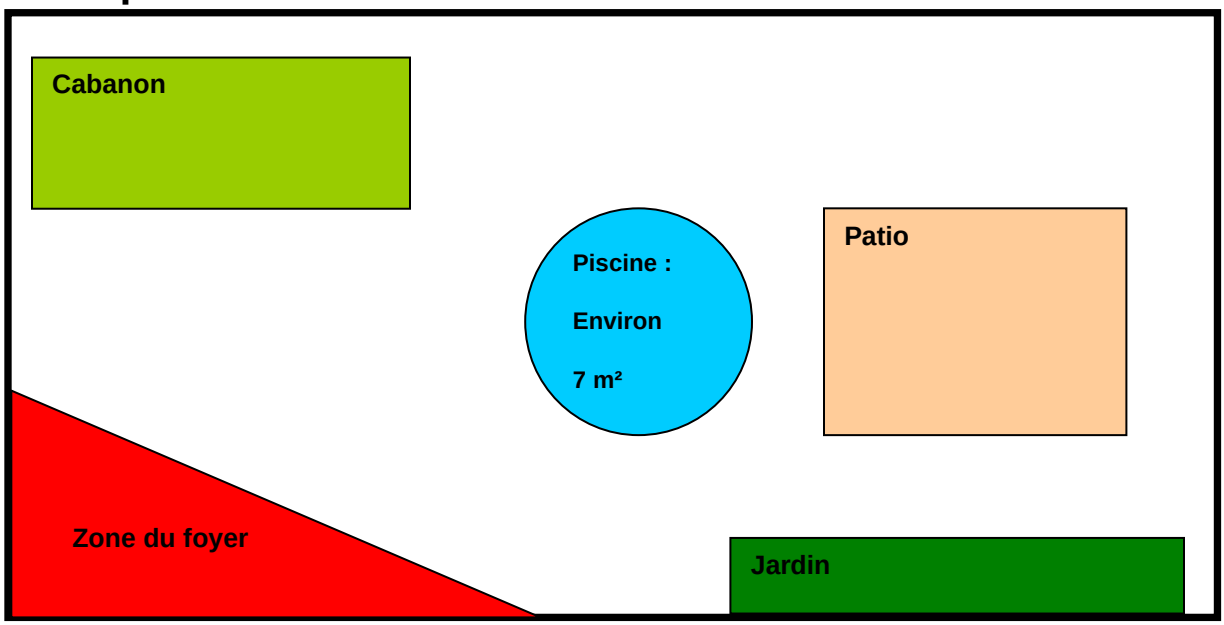
L'AMÉNAGEMENT DE LA COUR DE TON FRÈRE

Ton frère te demande de l'aide pour sa cour arrière. Il a déjà fait le croquis et pris quelques mesures. **Chaque centimètre sur le croquis vaut 1 mètre en réalité.**

Ta tâche est de compléter les mesures manquantes et de comparer les superficies des objets de la cour.

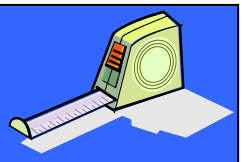
1) Le patio est-il plus grand que le jardin?
2) Le cabanon est-il plus grand que le patio?
3) Le cabanon est-il plus grand que le jardin?
4) La zone du foyer est-elle plus grande que celle de la piscine?

Croquis



Solution

DE MÊME PÉRIMÈTRE



Un jardin carré et une cour rectangulaire ont

le même périmètre : 208 mètres.

Si la largeur de la cour est 32 mètres, détermine la surface ayant la plus grande superficie : le jardin ou la cour.

1. Afin de t'aider, représente le jardin et la cour par un croquis et insère les mesures que tu connais.
2. Détermine la plus grande superficie.

Solution

Faites vérifier et valider votre travail par l'enseignant avant de continuer

Bilan des apprentissages de la SA3

Indiquez si vous avez réalisé le travail de ce module :

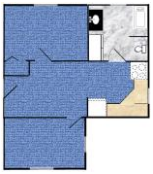
1 = Très facilement **2 = Plutôt facilement** **3 = Difficilement**

Actions		
Perception de l'environnement physique	**Notation de l'élève 1, 2 ou 3**	**Notes de l'enseignant**
• Je décode les symboles et les termes du langage arithmétique et du langage géométrique		
• Je construis des liens entre les figures, les mesures, les rapports et les objets qu'ils représentent		
• J'utilise les propriétés des figures géométriques simples pour trouver des renseignements qui m'aident à représenter l'environnement physique		
• Je repère les formes et les quantités		
Production de représentations claires et appropriées de l'environnement physique		
• Je structure clairement mon message et mes démarches de calculs et de constructions en utilisant des modèles mathématiques		
Détermination précise de mesures et de rapports		
• J'effectue les opérations sur les rapports et les nombres décimaux		
• J'estime certaines mesures d'objets		
• Je note les mesures en respectant le système international d'unités (SI)		
• Je trouve des rapports ou des mesures à partir d'une représentation donnée		
• Je vérifie si mes calculs, mes solutions et mes conclusions sont réalistes		

Appréciation générale	**Points à améliorer**

Avant de passer au prochain module, vous devez faire la situation d'aide à l'apprentissage suivante (voir l'enseignant):

SAA1 : Mon logement 4½



Cette situation vous permettra de vérifier l'état de vos apprentissages jusqu'à présent.